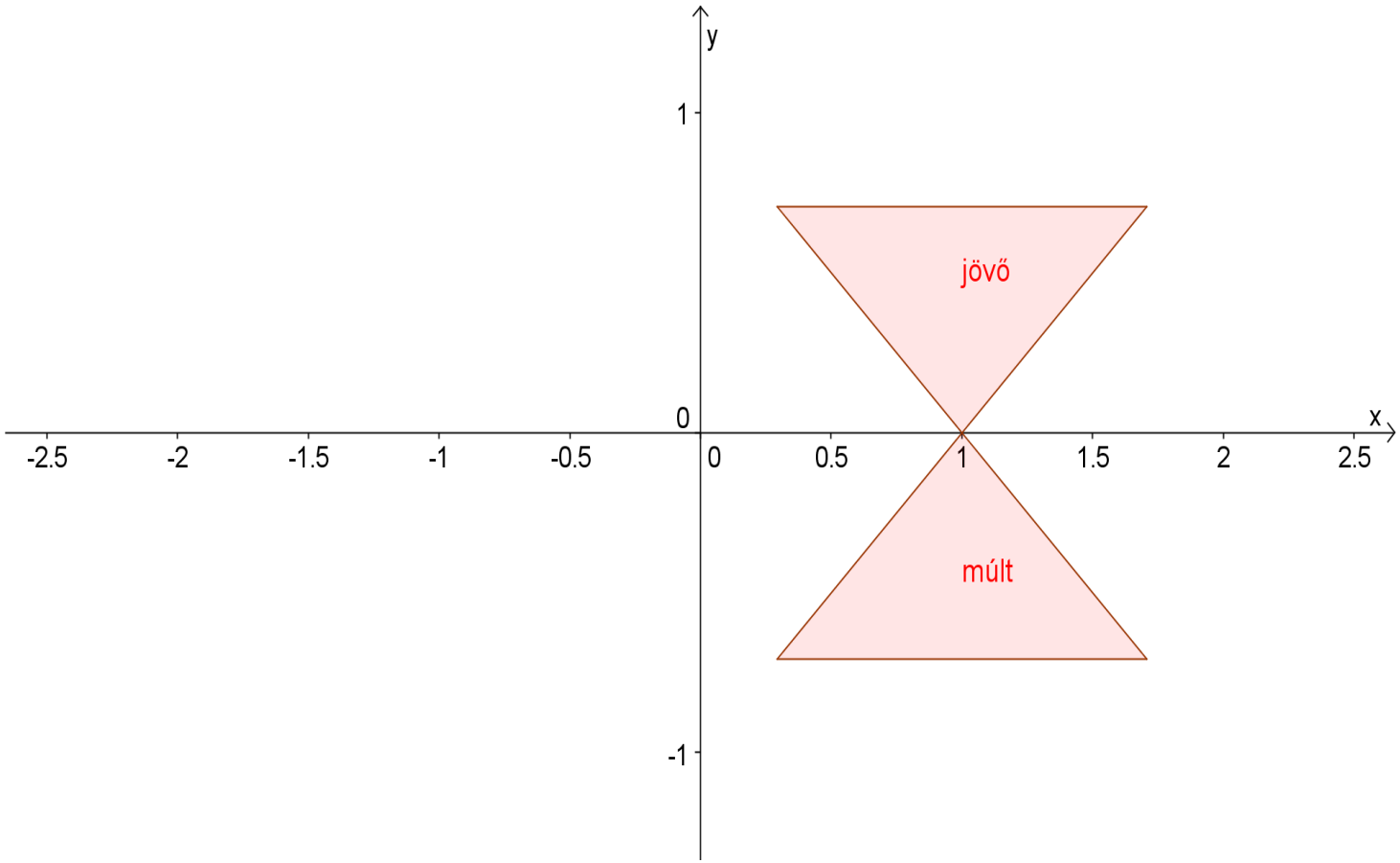
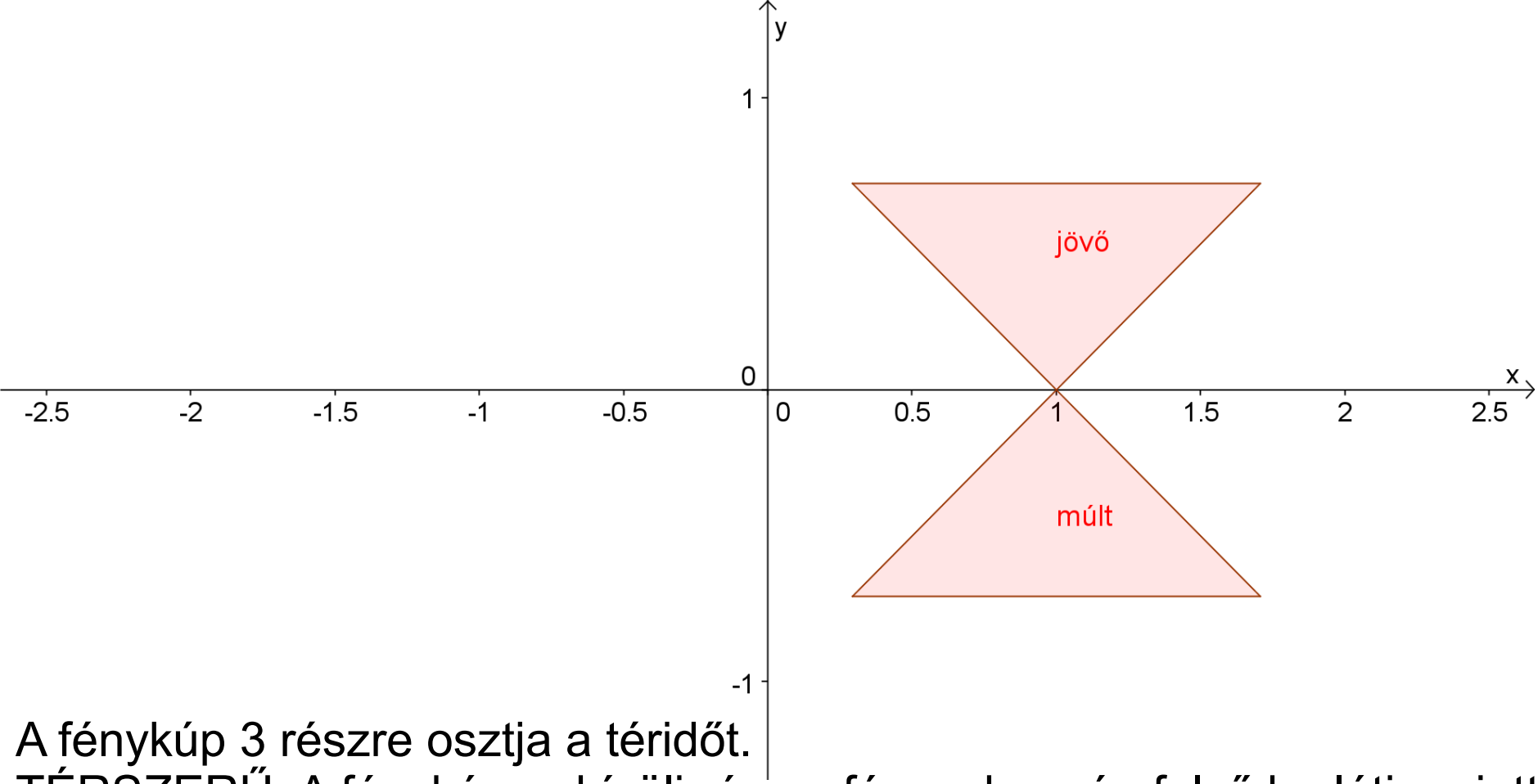
Fekete lyuk

Egy interaktív kalandra hívunk főleg a Schwarzschild-féle fekete lyukak világába. Bár a bemutató enélkül is követhető, de a teljes élményhez a bemutatóhoz is használt Geogebra állományt ajánljuk.
Az elkészítésre Dávid Gyula tanár úr e témában tartott tudományt népszerűsítő előadásai ösztönöztek.
Megközelítésem logikainak nevezhető, főleg rejtett előfeltevéseket kerestem.
Megállapodás:
Nullpont: kiterjedés nélküli pont.
Einstein általános relativitáselmélete által lefedett helyekkel foglalkozunk, azaz ahol érvényes Einstein speciális relativitáselmélete: van inerciarendszer, de az egész nem áll össze egy inerciarendszerré, mert előfordul: két pontban inerciarendszert mérnek az ottani megfigyelők, de egymást gyorsulni látják. Az általános relativitáselméletében nullpontról nullpontra változhat a téridő görbültsége, Látni fogjuk, ha nullpontban gondolkodunk, akkor itt ellentmondás feszül, mert egy inerciarendszeren belül nem történhet változás. Érdemes lesz tehát odafigyelni a végtelen és a semmi kezelésére, amit ezért igyekeztünk mindenütt pontosan jelezni. Bemutatjuk a ∞-re épülő számfogalom, s vele a 0-ra épülő nullpont megértést zavaró hatását.

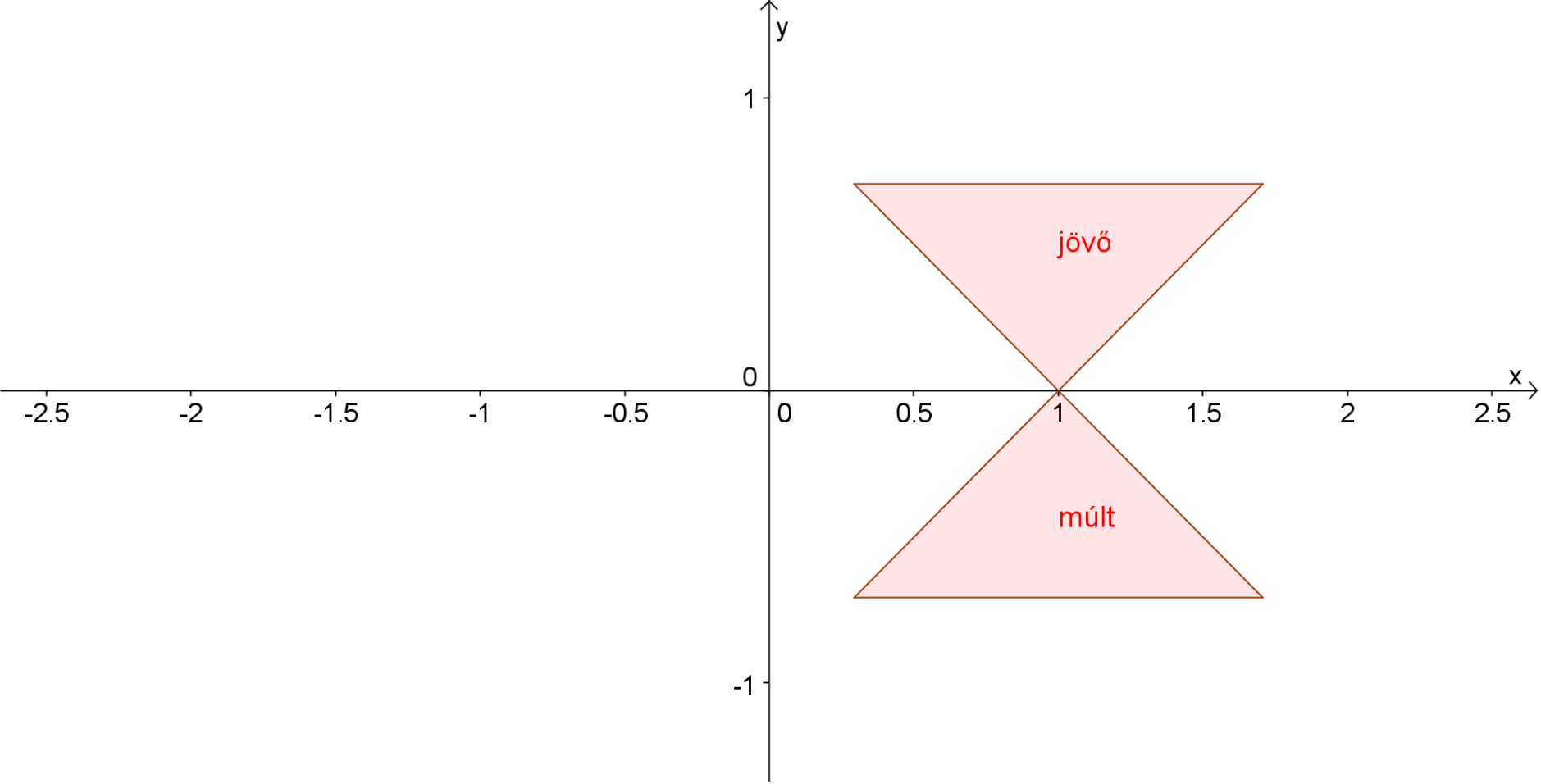
Dávid Gyula néhány (egész estét betöltő) előadásának az elérhetősége:
20090422 Matematikusok a fekete lyukban – a fizikai és matematikai végtelen 2:06:09
http://www.youtube.com/watch?v=4bEfH6N0Ioo
20110323 A fizika geometrizálása (egyáltalán, mi az a geometria?) 2:49:37
http://www.youtube.com/watch?v=ThUg4rGjXiI&feature=list_other&playnext=1&list=SP2D7D396E11E57D94
http://www.youtube.com/watch?v=ThUg4rGjXiI&feature=related
20110427 Hízókúra a relativisztikus ûrhajóban 2:30:50
http://www.youtube.com/watch?v=WD7eRSqYUi0
20110504 Görbült téridõ (általános relativitás elmélet) 1:45:40
http://www.youtube.com/watch?v=NFLtRjcJPlU&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110518 Ahol az Úristen nullával osztott (a fekete lyukak) 2:09:00
http://www.youtube.com/watch?v=Jap01jgh2C4&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110525 Utazás a fekete lyukon túlra (univerzumot szervezõ szingularitások) 2:29:25
http://www.youtube.com/watch?v=PTLUariEcrE&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110601 Az Univerzum geometriája (relativitáselmélet és kozmológia) 2:33:26
http://www.youtube.com/watch?v=0yCuwOsVrFQ&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110608 Innen és túl a Nagy Bummon (preciziós kozmológia kontra vad elképzelések) 3:19:49
http://www.youtube.com/watch?v=zMlmf08Yjf4&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110406 Tér, idõ, téridõ a speciális relativitáselméletben 2:34:28
http://www.youtube.com/watch?v=yJ1L0g23Rus&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110413 Ikrek és paradoxonok (a Minkowski-téridõ furcsaságai) 1:50:14
http://www.youtube.com/watch?v=EwOn89-2Up8&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110420 Hullámok és részecskék (relativisztikus dinamika) 2:35:51
http://www.youtube.com/watch?v=5T95C1Klmh0&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20110511 Le a szavannai fizikával! (mechanika és elektrodinamika görbült térben) 2:52:24
http://www.youtube.com/watch?v=wzHzzBKO62Q&feature=BFa&list=SP2D7D396E11E57D94
20120913 A tömeg eredete és a Higgs-mező (0:59:42)
http://www.youtube.com/watch?v=tvZOb3629y8



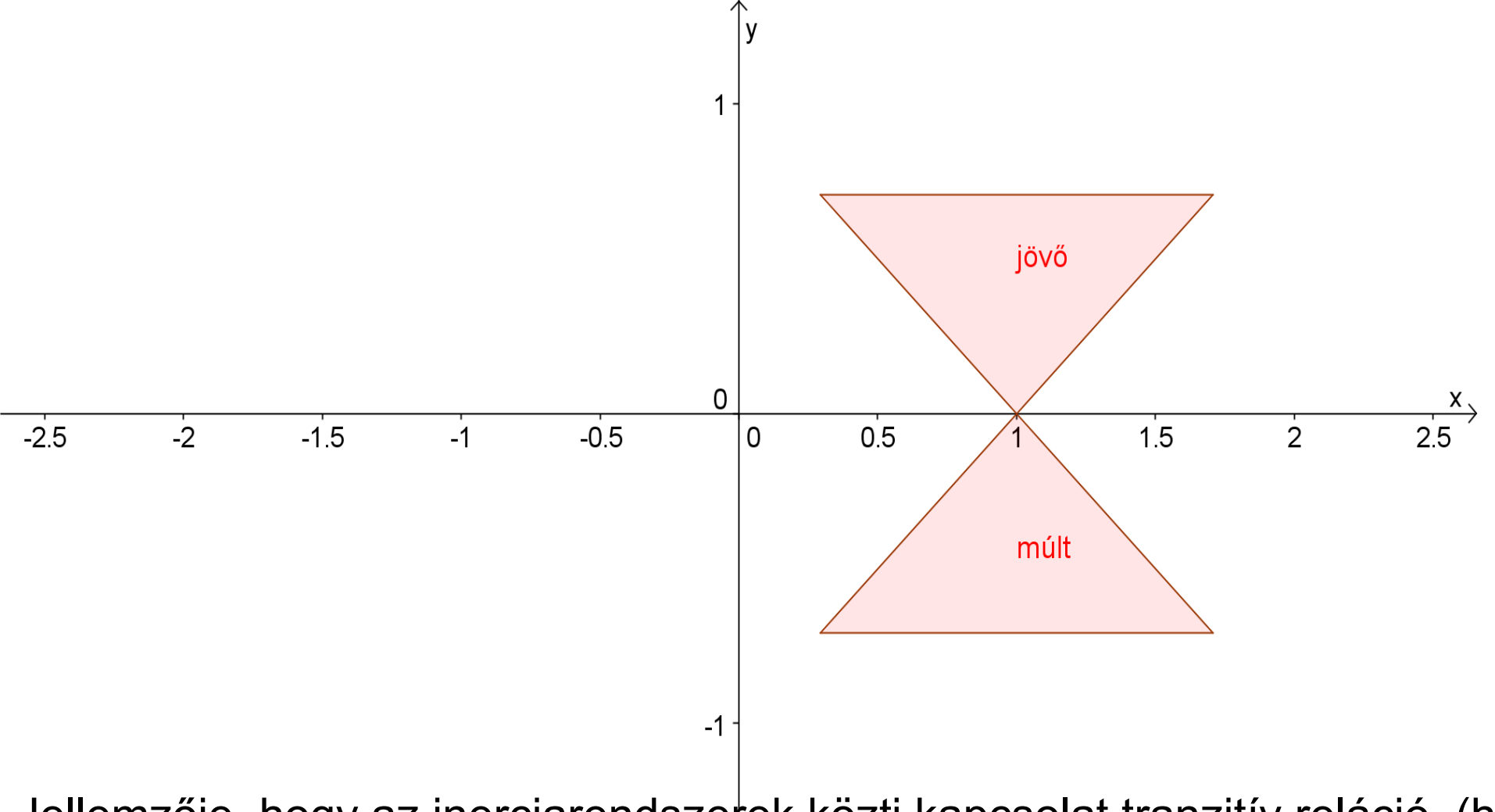
Alaphelyzetben egyetlen térkoordinátánk lesz (x tengely) és egyetlen idő koordinátánk (y tengely). Bevezetjük alapobjektumunkat a fénykúpot. Az időegységet úgy választjuk, hogy a maximális sebességre fennálljon: c = 1. Az idő y tengely pozitív irányában múlik.
Az (1,0) koordinátájú pont: a Most. A fénykúp azon pontokat tartalmazza, melyek időbeli vagyis oksági kapcsolatban állhatnak a Most ponttal. A múltbeliek hathattak rá, a jövőbelieket befolyásolhatja ő.



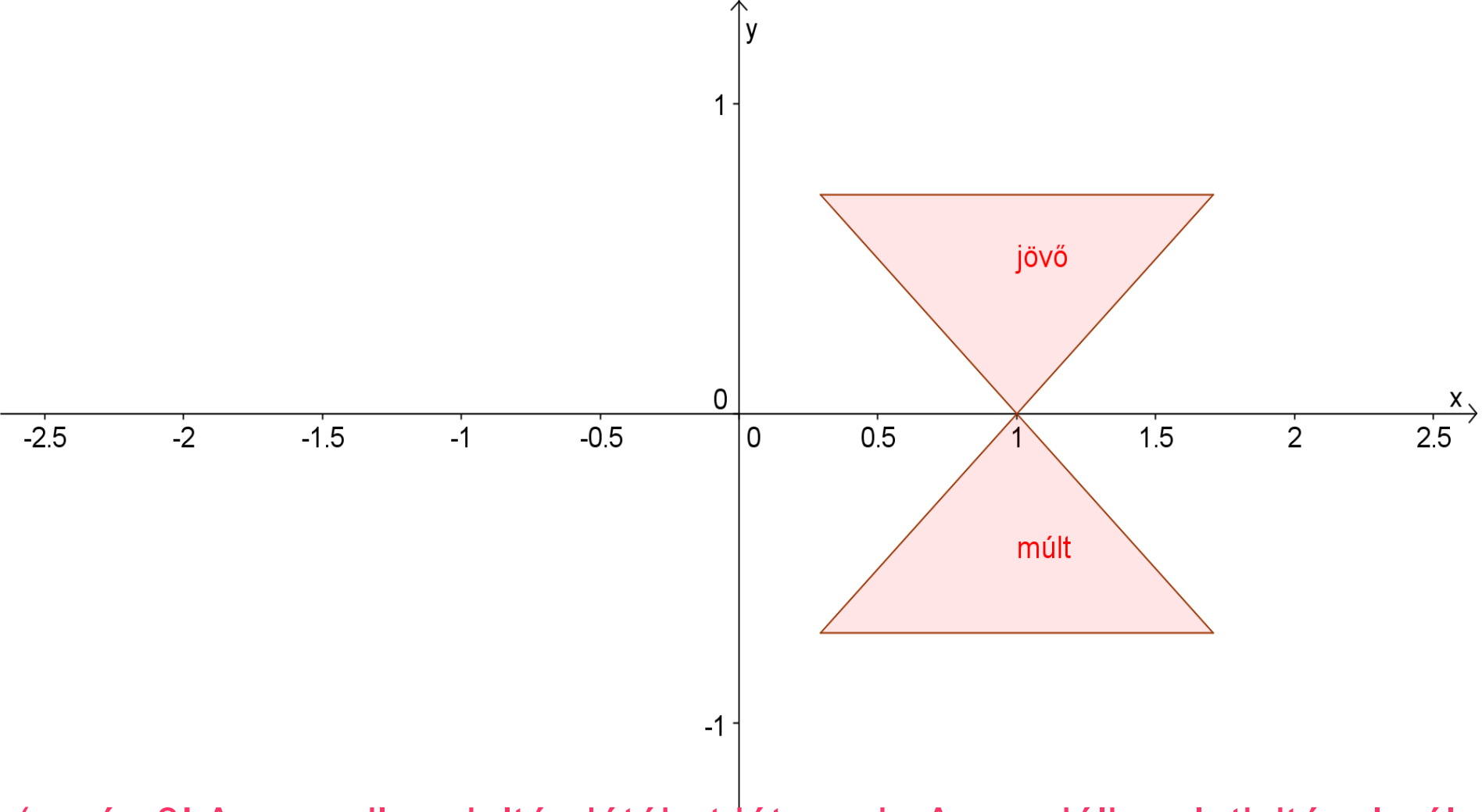
A fénykúp 3 részre osztja a téridőt.
TÉRSZERŰ: A fénykúpon kívüli rész a fénysebesség felső korlátja miatt időben elérhetetlen.
FÉNYSZERŰ: A fénykúp palástját olyan részecskék foglalhatják el, melyeknek nincs nyugalmi tömegük. Jelenleg egy ilyet ismerünk a fotont.
(oo és 0! Ez valójában csak az idealizált 0 frekvenciájú oo hullámhosszú foton! A foton sebessége vákuumban, na de ha van energiája, akkor görbíti a vákuum terét.)
IDŐSZERŰ: A fénykúp belsejében nyugalmi tömeggel rendelkező részecskék mozgásai történhetnek, így időbeli kapcsolatuk lehet a mi itt és most pontunkkal.



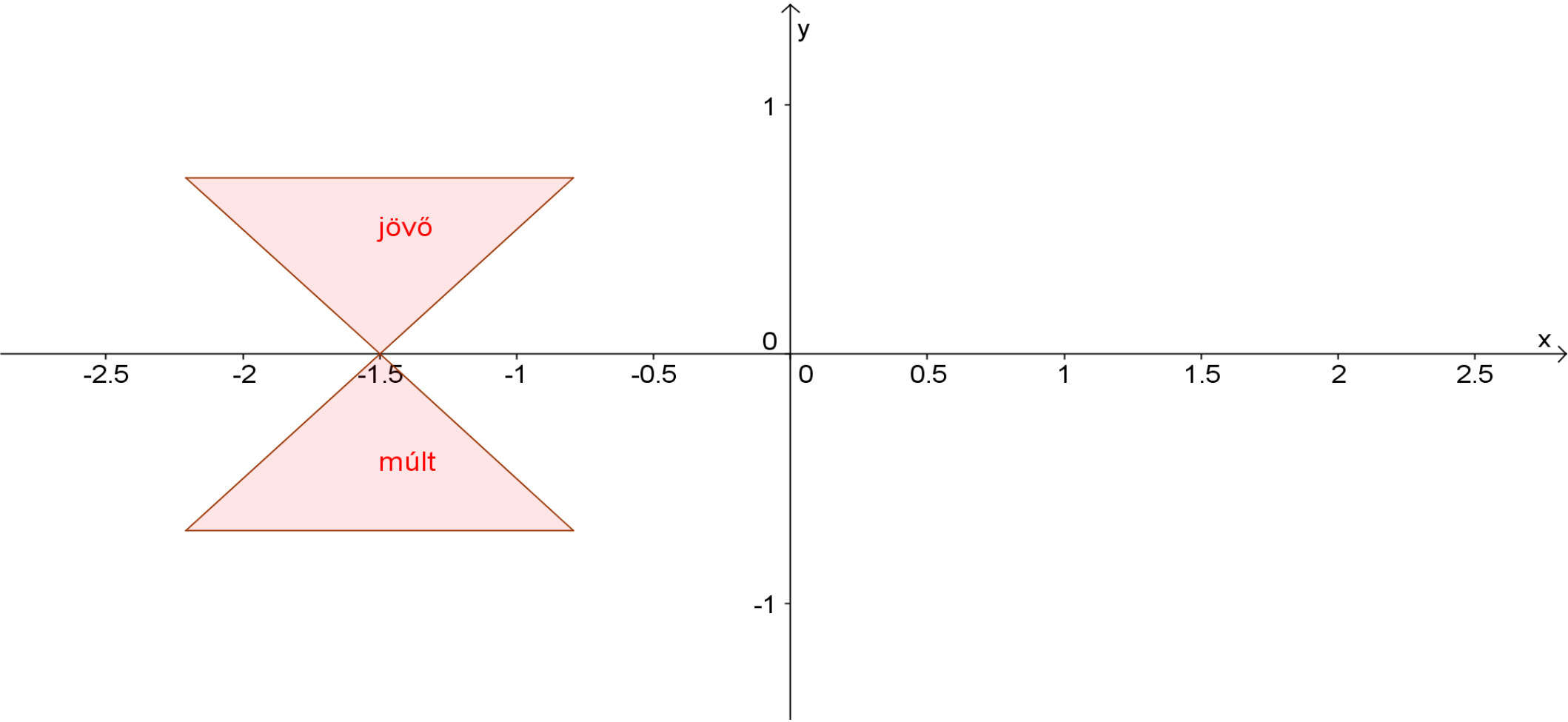
A Most pontból nézve a hely és idő különbségekre fennáll c=1 választással, hogy:
TÉRSZERŰ: dy^2-dx^2 < 0
FÉNYSZERŰ: dy^2-dx^2 = 0
IDŐSZERŰ: dy^2-dx^2 > 0
Ez a fénykúp egy idealizált esethez a speciális relativitáselméletéhez tartozik, s ezért normál fénykúpnak is nevezzük. Kifejezi, hogy egy inerciarendszerben állunk, ahol, így minden irány egyforma, irányfüggetlen, idegen szóval izomorf.



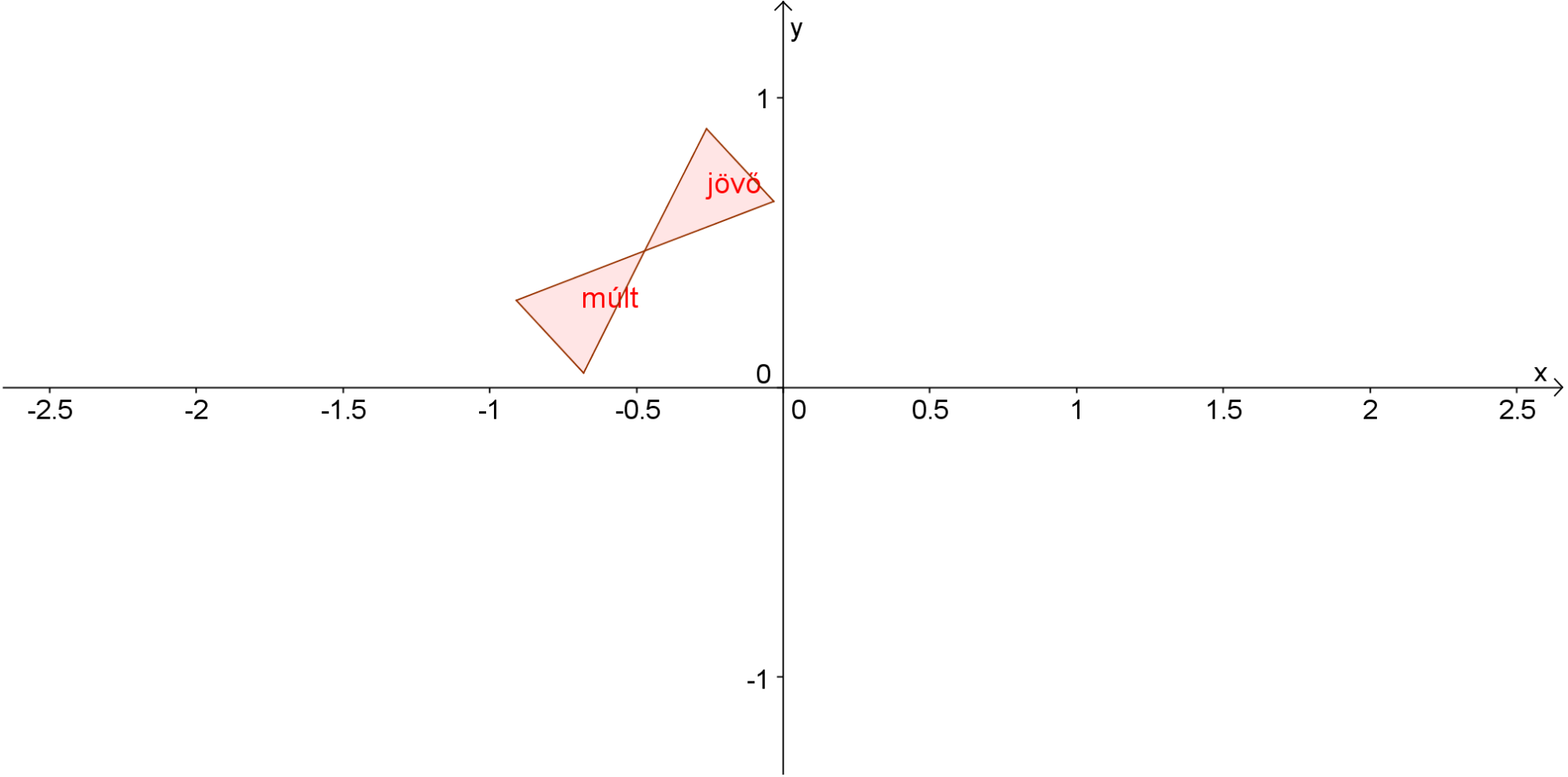
Jellemzője, hogy az inerciarendszerek közti kapcsolat tranzitív reláció. (ha A és B egymást inerciarendszernek látja, s B és C szintén, akkor A és C is az.) Azaz a speciális relativitáselméletben az egész rendszer egy közös inerciarendszer.
Az általános relativitáselmélet tagadja a közös inerciarendszert, de helyben még el is várja. Milyen áron? Önellentmondásén. Ha ugyanis van két egymást nem inerciarendszernek látó pont, akkor a köztük levő pontok is csak véletlenül látják egymást inerciarendszernek, vagyis az inerciarendszerek mérete maguk a null-pontok, na de az inerciarendszertől megköveteljük, hogy legyen kiterjedése.



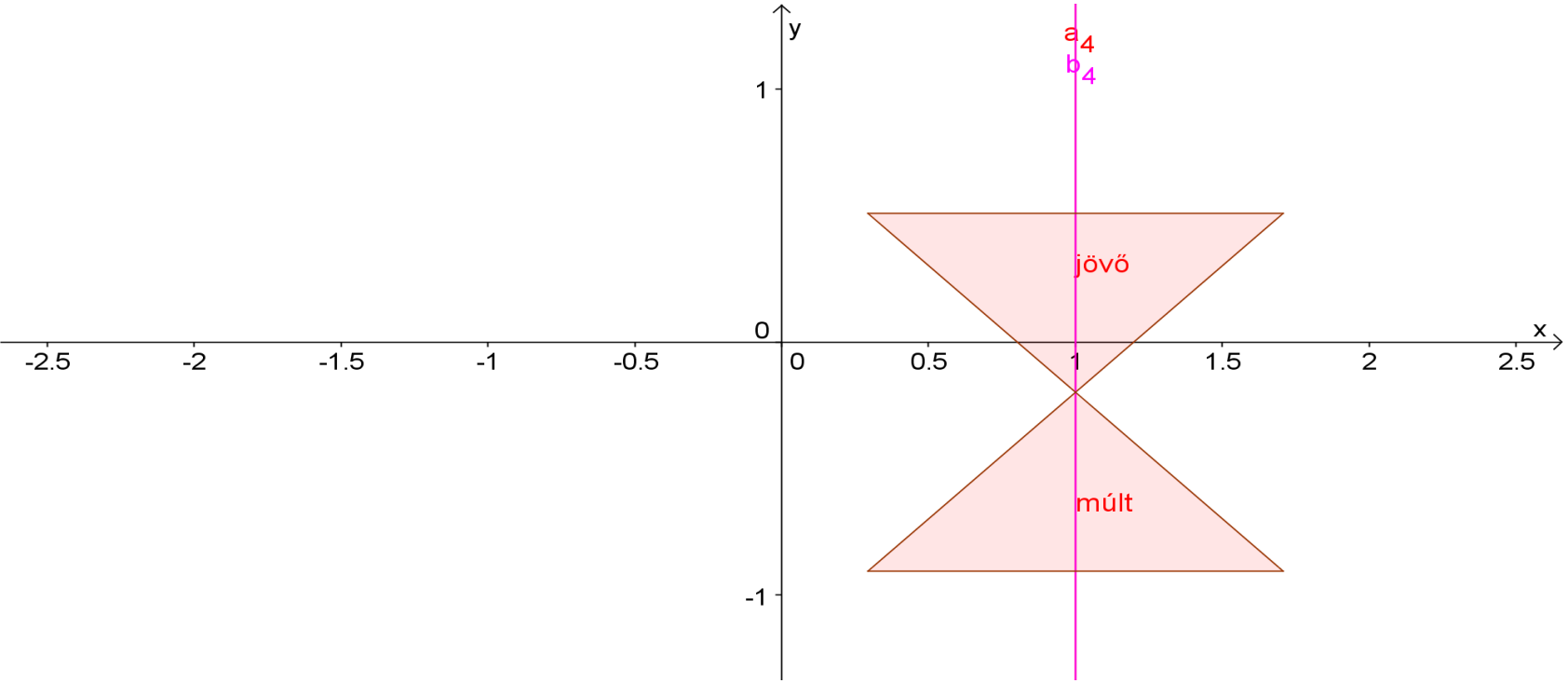
(oo és 0! Az epszilon deltás játékot játsszuk. A speciális relativitáselmélet az ideális inerciarendszer megkövetelése. Epszilon = 0, delta = oo.
Az általános relativitás elméletben csak azt követeljük meg, hogy egy pozitív epszilonhoz mindig legyen pozitív delta. Vagyis olyan delta környezete az adott pontnak, ahol az ideális inerciarendszertől való eltérés kisebb epszilonnál.)
Az általános relativitáselméletben tehát valójában sehol sincs inerciarendszer, csupán a feladatunk szempontjából annyira közel vagyunk hozzá, hogy annak tekintjük.



Az előadásokon az abs(x)≥1 helyhez normál fénykúpok tartoznak. Ez egyaránt jelentheti azt, hogy ez a speciális relativitás elmélet birodalma, mint azt, hogy itt az inerciarendszerek közti eltérést elhanyagoljuk. Óriási hiba az elhanyagolásról megfeledkezni. Azt sugallja, mintha valódi lenne, egy ilyen éles elválasztó határ. Az y tengely egy Schwarzschild-féle fekete lyuk idővonala. Az abs(x)<1 területen az irányfüggetlenség már nem teljesül. Könnyebb haladni az y tengely felé, mint tőle távolodni. Az abs(x)<1 pontokban tehát normál fénykúpok már nem jók. Elhajló fénykúpokat rajzolunk hát, ami kifejezi az irányfüggést.



A fénykúpok itt az y tengely felé hajlanak. Minél kisebb az x érték annál jobban. A fekete lyuk is egy ideális objektum. A tér egyetlen pontjára egy véges m tömeget definiálunk. Mivel a kiterjedése 0, így a térfogata V=0, tömegsűrűsége m/V nullával osztás miatt nem definiált, amit tévesen végtelen tömegsűrűségnek neveznek. (oo és 0!) A tömeggel arányosan, a távolságtól pedig fordított arányban görbül a téridő. Az, hogy x=1-nél a görbítést elhanyagolhassuk m-et is rögzítenünk kell, az m=1 jó választás.

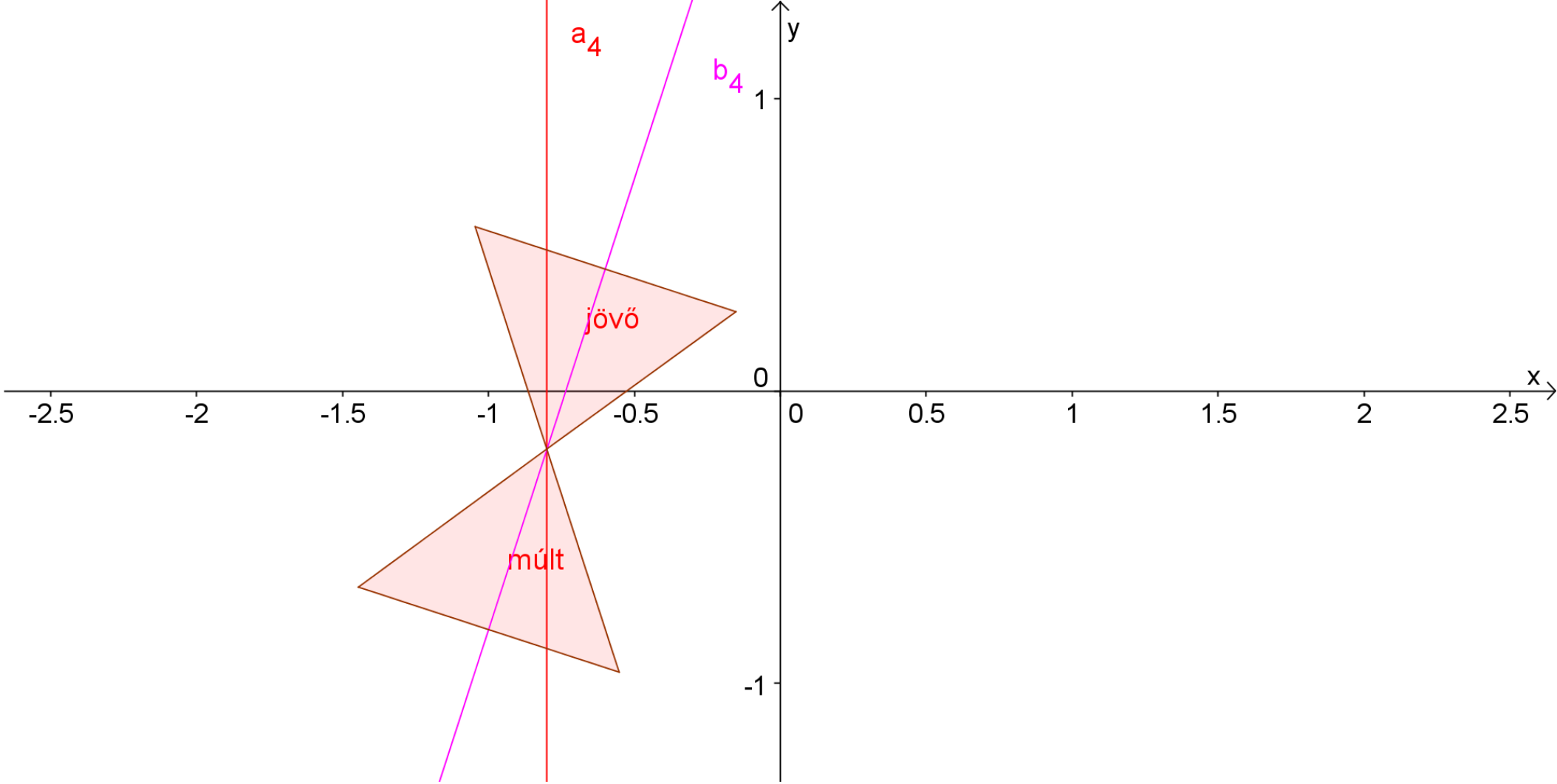


Tegyük fel, hogy van két motorunk, az egyikkel jobbra a másikkal balra mehetünk, s így a fénykúpok adta lehetőségeket teljesen lefedhetjük. Az abs(x)≥1 értékhez tartozó fénykúpokat irányfüggetlennek neveztük. Ezek tulajdonsága, hogy a kikapcsolt motorok esetén a mozgásunk az y tengellyel párhuzamos, vagyis attól, hogy hagyjuk, hogy teljen alattunk az idő, nem változik a helyünk a fekete lyukhoz képest.

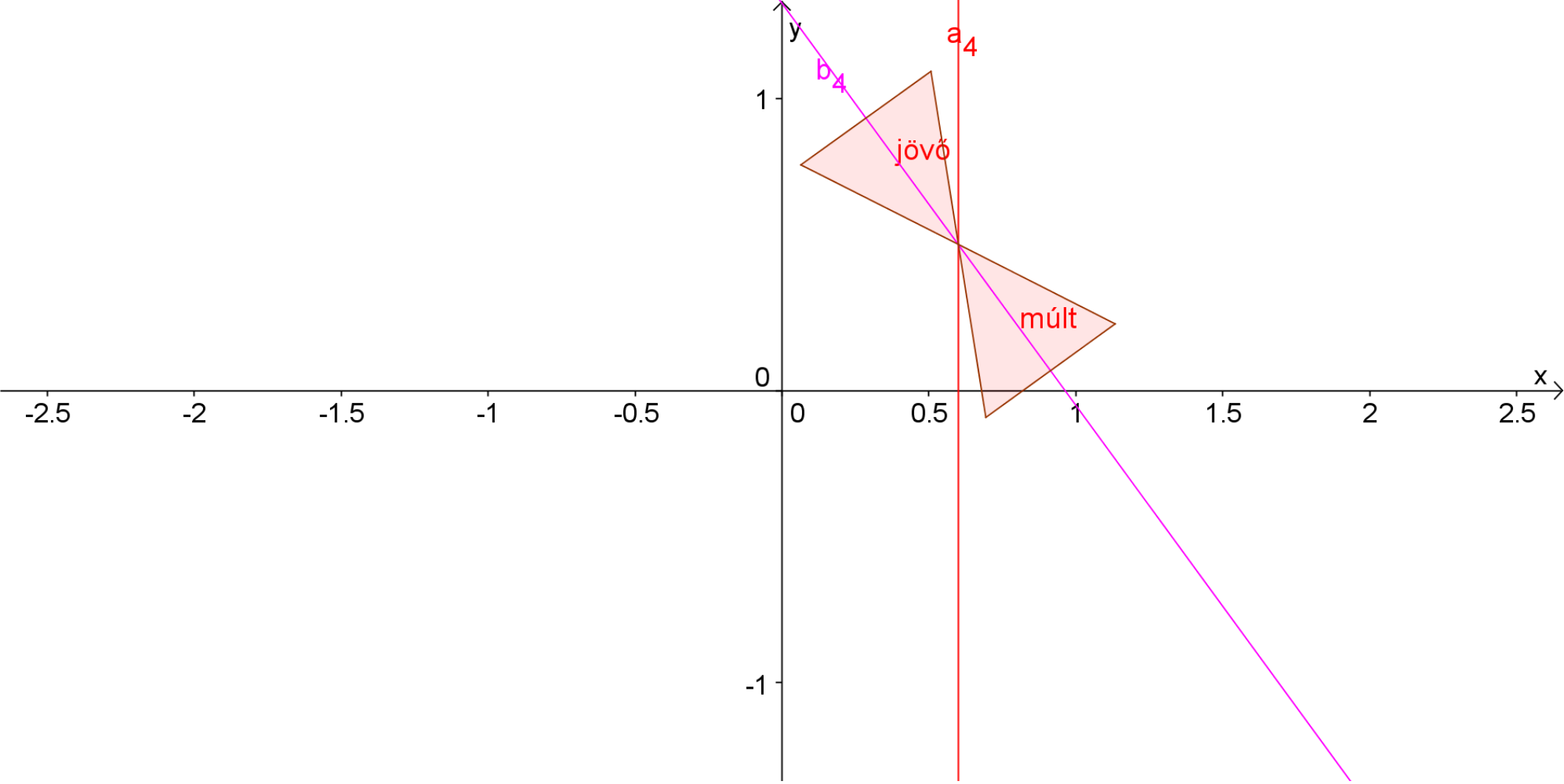
a_4: itt vagyunk időben, ha állunk

b_4: itt mozgunk időben a kikapcsolt motorok esetében.

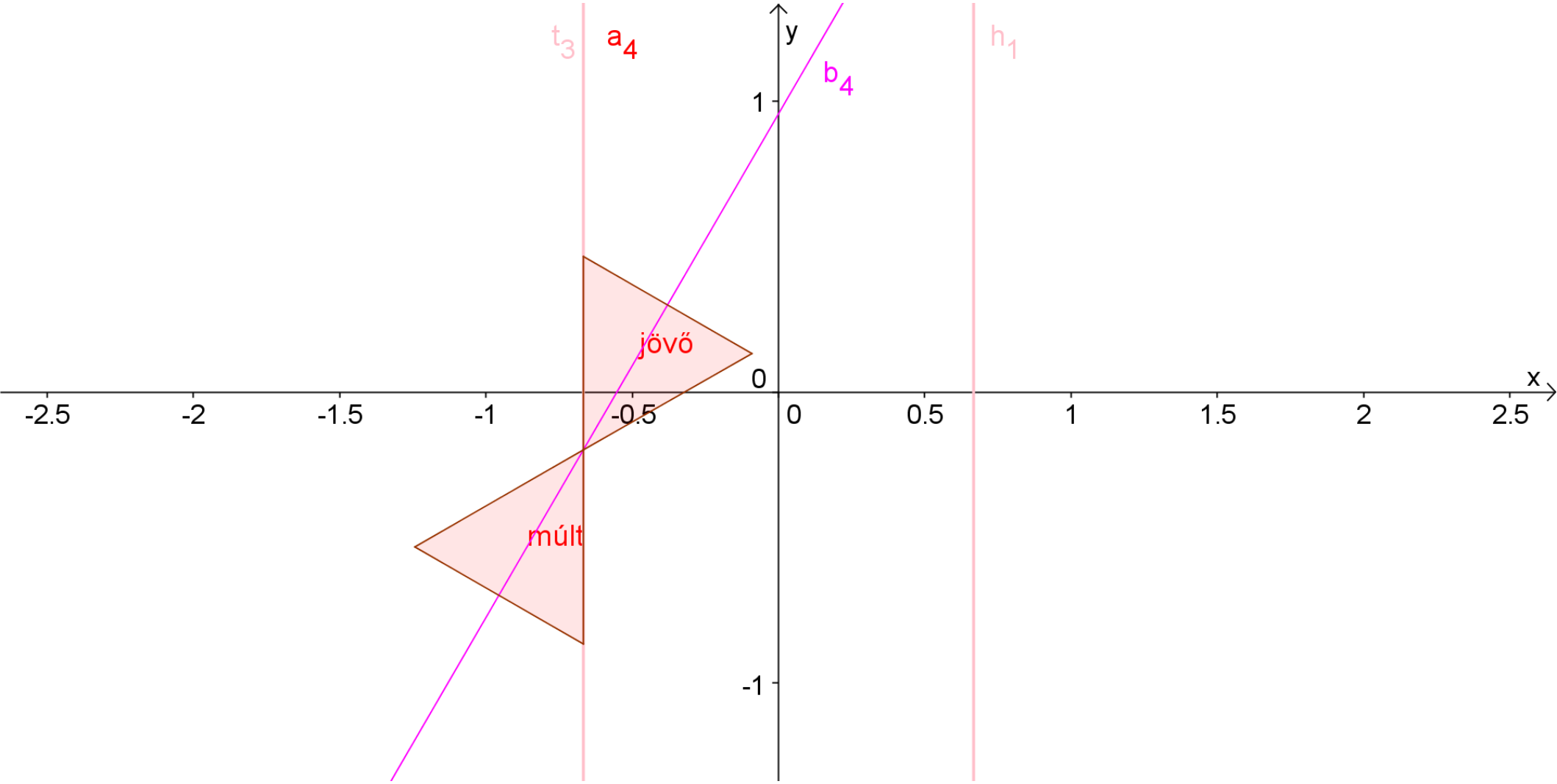
Az abs(x)>=1 esetben a különbséget elhanyagoljuk, így egybeesnek.



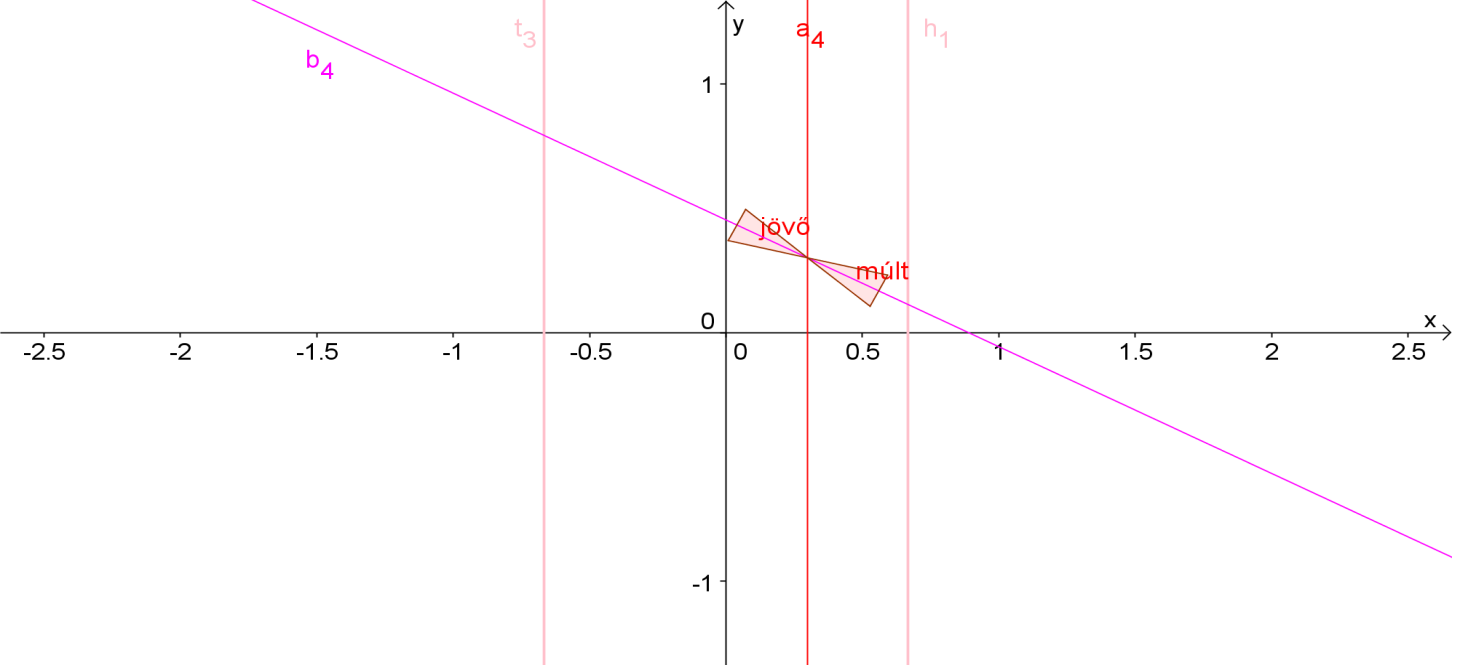
Az 1 > abs(x) > 2/3 értékek esetében az a_4 objektum a fénykúpon belül halad, tehát a megfelelő motor bekapcsolása által de elvileg még képesek vagyunk állni.



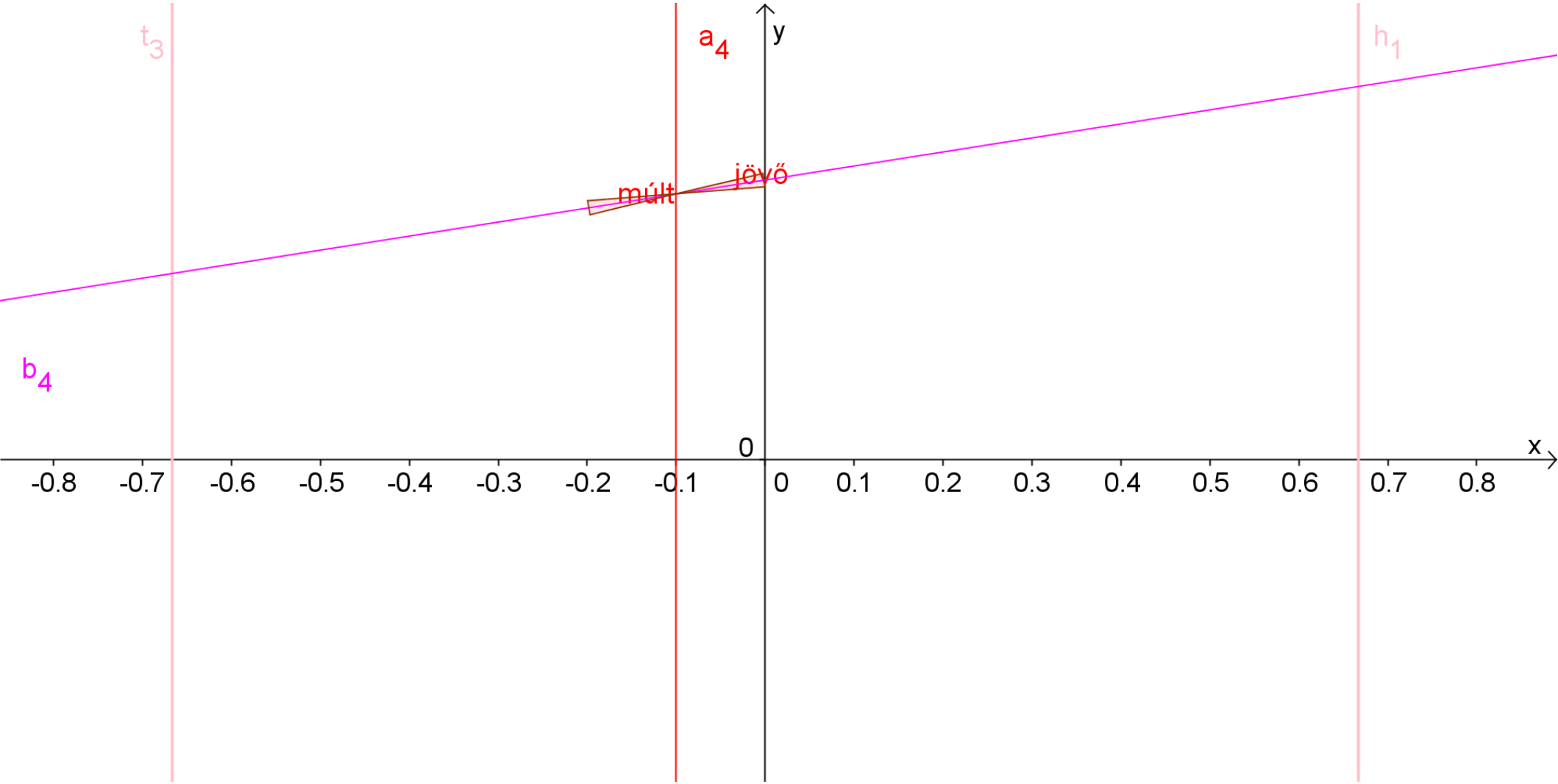
A 0 < abs(x) < 2/3 esetében az a_4 objektum a fénykúpon kívül halad, tehát a megfelelő motor teljes kapacitással való üzemeltetésével sem tudunk állni. Idővel egyre közelebb kerülünk az x=0 állapothoz, vagyis az y tengelyhez.



Az abs(x) = 2/3 az az állapot, ahol a_4 éppen egybeesik a fénykúpunk egyik ábrázolt alkotójával. Ez az, ahol az ideális fotonok még képesek állni(0 és oo)
Az abs(x)=2/3 elválasztja a fenti két esetet, neve: ESEMÉNYHORIZONT.
A h_1 és t_3 az eseményhorizontjaink.
A 2/3 választása kényelmi okból történt.
Jelentősége, hogy eseményhorizonton belülről semmi még az ideális foton sem jöhet kifelé.

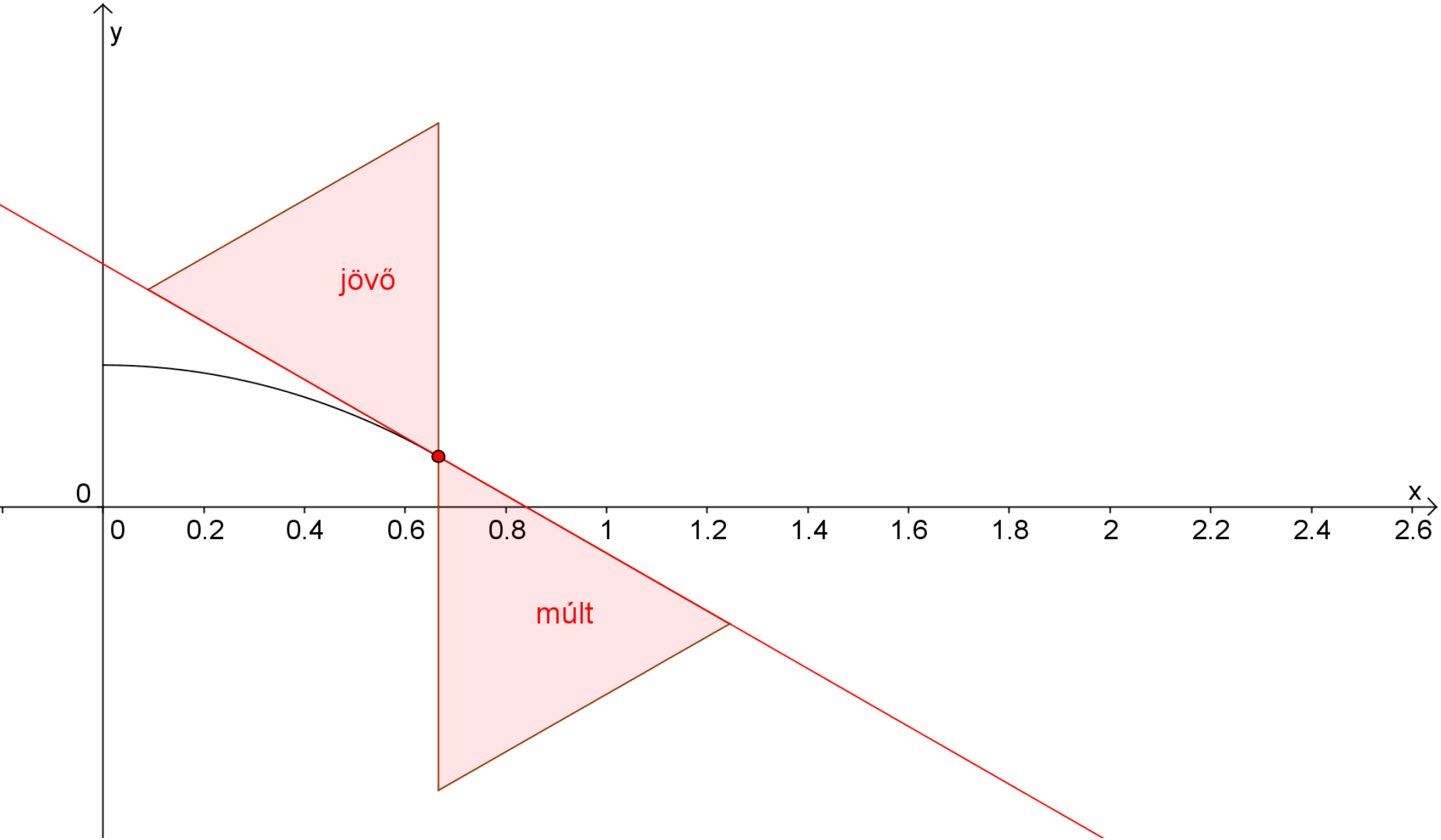


Az eseményhorizonton belül csak befelé zuhanhatunk, véges időn belül az x=0 értékhez érünk. Elnyel a szingularitás, ahol nullával osztunk, így Einstein elmélete elveszti hatályát. (oo és 0!) Még a szingularitás előtt új fizika lép hatályba. Ez a még meg sem alkotott kvantumgravitáció. A nevét onnan kapta, hogy amikor a méretek a Planck-skálához közelítenek, akkor az eddig elhanyagolt kvantum hatásokat is figyelembe kell venni. S a nehézség éppen abban van, hogy a két nagyon sikeres elméletet, Einstein relativitáselméletét, s Planck kvantummechanikáját kellene egyesíteni, de ezek egészen más alapokra építenek, ezeket kellene egy olyan elmélettel felváltani, ami helyesen írja le a fekete lyuk közepét, de egyúttal határesetként kiadja mindkét említett elméletet. A szingularitásban semmilyen fizika sem érvényes! (oo és 0!)

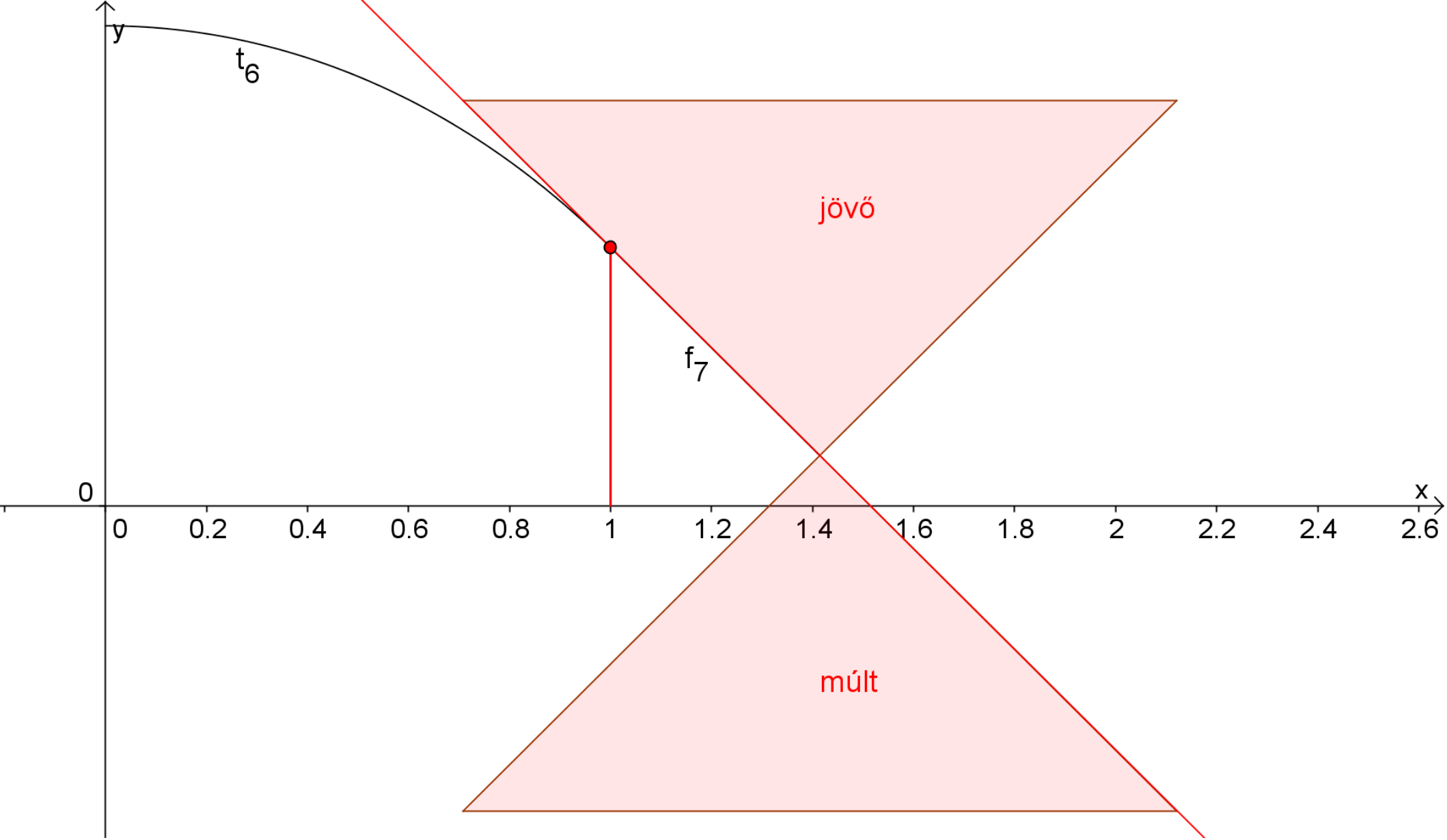


Feltűnhetett, hogy az abs(x)<1 értékek esetében a fénykúpok nem csak egyre jobban hajlanak y irányába minél jobban közelítjük az x=0 állapotot, de egyre inkább össze is mennek. A fénykúp a méretek eltúlzottak de azt kifejezik, hogy egyre kisebb területeket tekinthetünk inerciarendszereknek közeledve a szingularitáshoz, azaz a delta helyfüggő, állandó epszilon mellett.

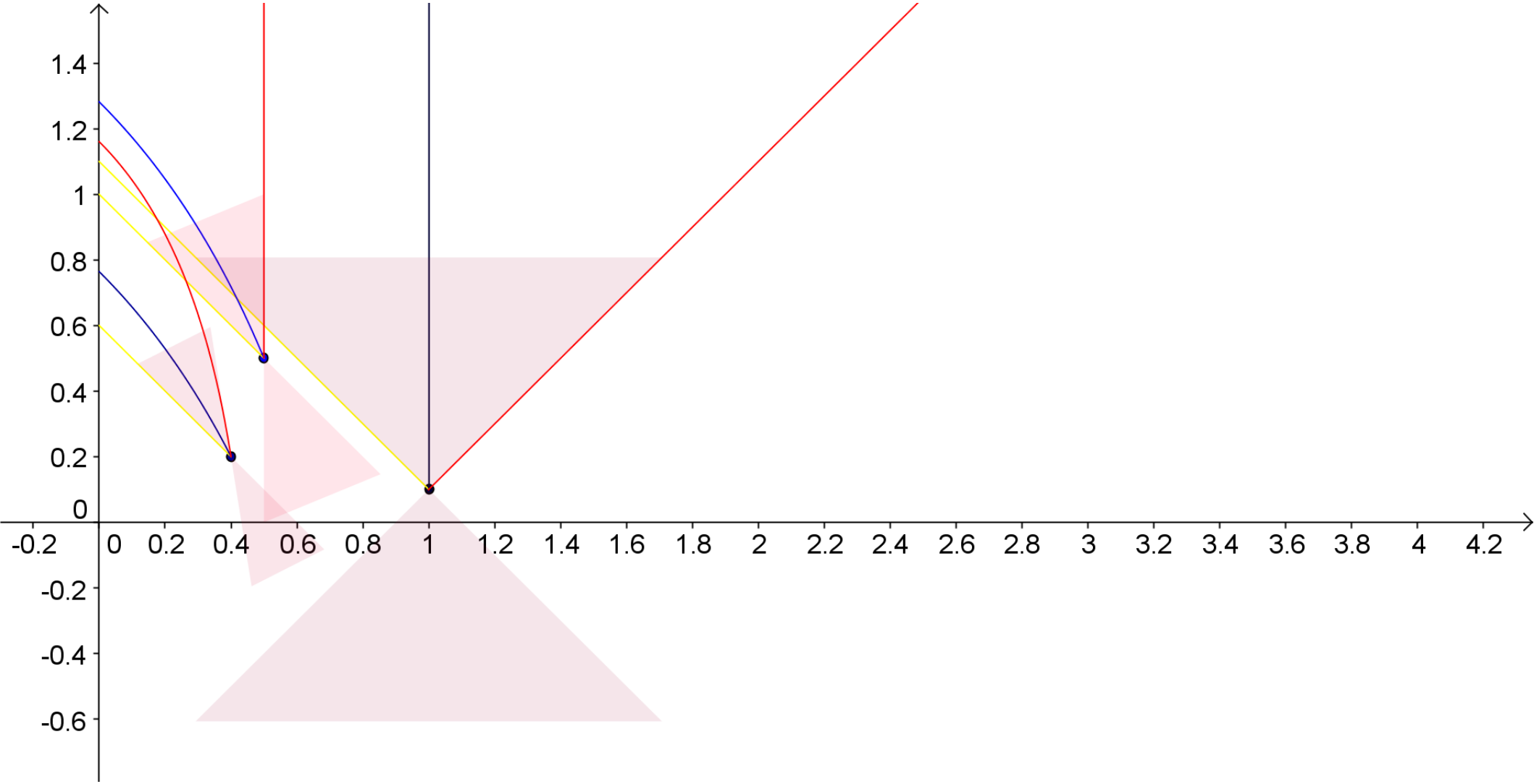
Felvetődik a kérdés: miként lehet inerciarendszer ahol a fénykúpok elhajlanak? Erre azt a választ kaptam, hogy a fénykúpok valójában mind „derékszögűek”. Adott helyen mindig pont a nyílásszög a derékszög. Egymást nem látják derékszögnek, de éppen ettől vagyunk az általános esetben. Gömbfelület síkon való ábrázolására érdemes gondolni, vagy a Föld Atlaszbeli ábrázolására. Az, hogy egy adott pontban képesek vagyunk fénykúpot rajzolni, bármilyen hajlított is, azt jelenti, hogy ott lehet térképezni, elhanyagolható az ideális inerciarendszertől való eltérés.
Felvetődik a kérdés, hogy a maximális sebesség globális? Dávid Gyula előadásain elhangzottak szerint igen, ábrái szerint viszont nem. Ha ugyanis a c=1 globális lenne, akkor a fénykúpok nem a vízszinteshez, hanem a 45°-hoz hajolnának az ábráin. Ám egy-egy becsapódó objektum idővonalából jól látszik, hogy ez nem teljesül, 45°-nál kisebb szögben is haladnak.
Magyarán Dávid Gyula előadásain hangsúlyozza, hogy a fényt nem gyorsítja a fekete lyuk, de ugyanakkor az ábrái szerint mégis ezt teszi.
Mindez Dávid Gyula szándékától függetlenül így van.
Lényeges, hogy az eseményhorizont meghatározása a maximális sebesség globalitására épül, a fénykúpok alkotói ugyanis e globális maximális sebességet ábrázolják!



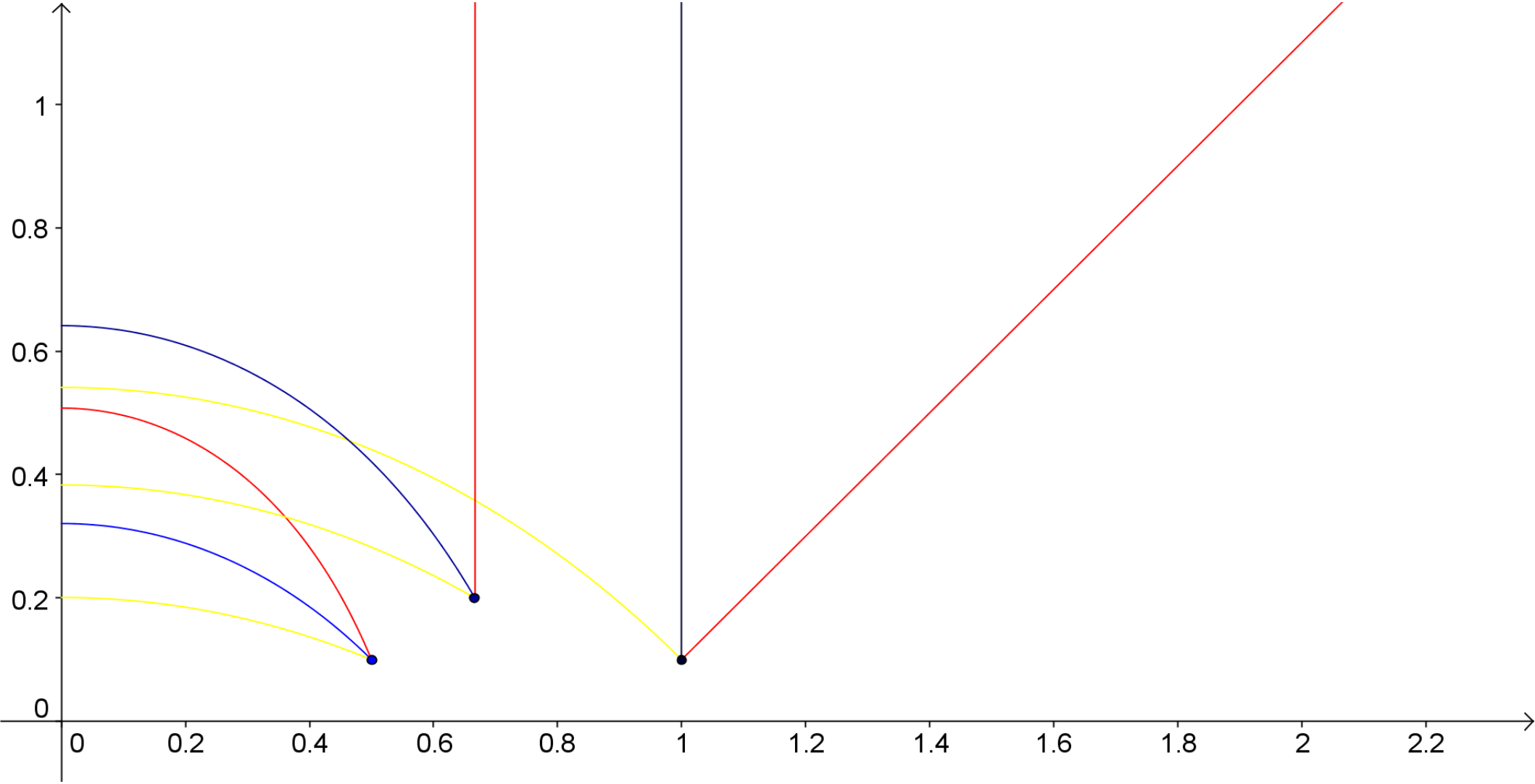
Itt is egy példa. Jól látható, hogy az objektum a fénynél gyorsabban esik a szingularitásba. Azt, hogy nem vagyunk inerciarendszerben, de c=1 globális a 45°-hoz hajló fénykúpok más kifejezik. A 45° alá hajló fénykúpok már a c=1 jelentését is lokálissá teszik.



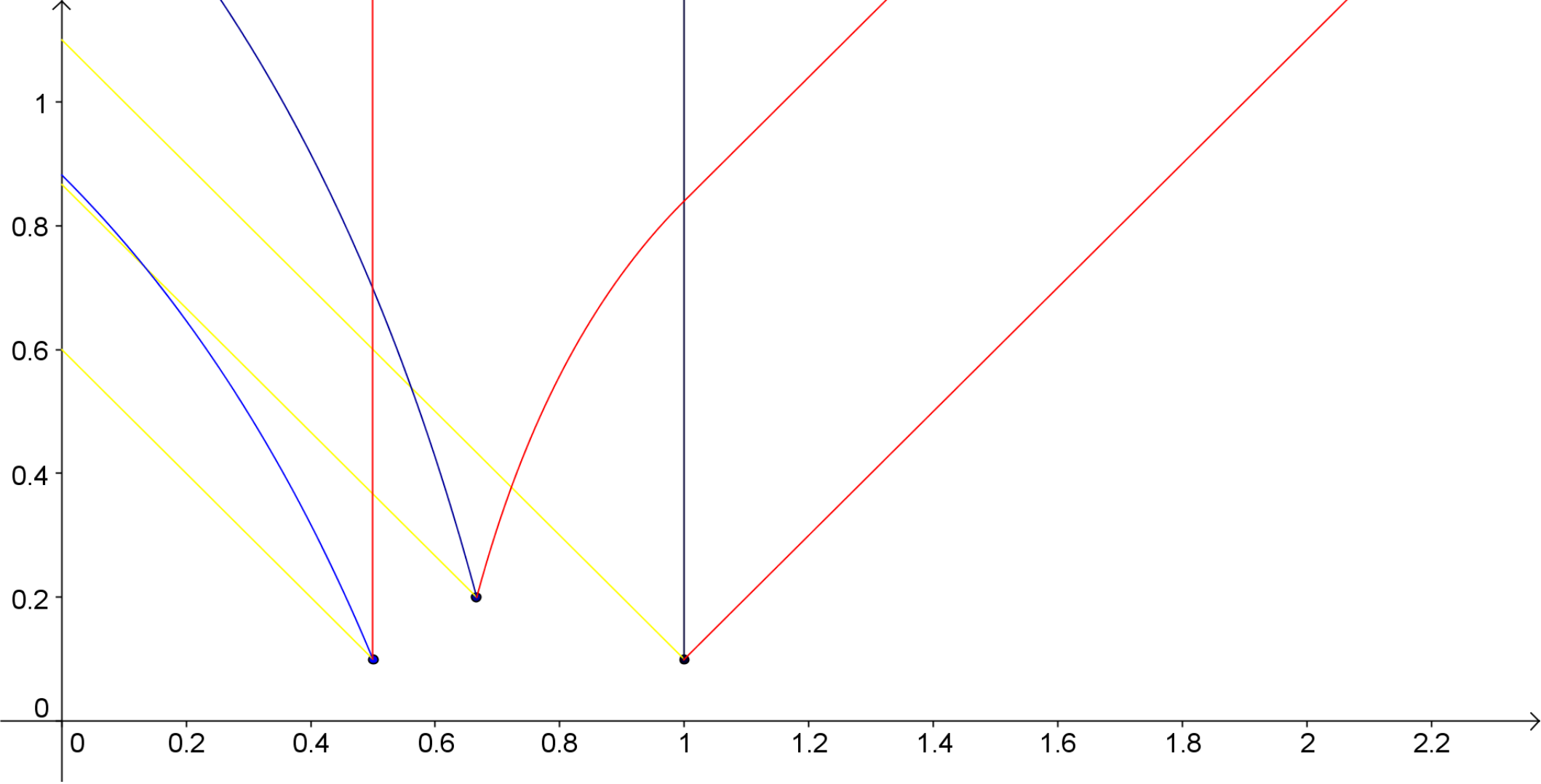
A Schwazschild-féle fekete lyuk szerkezete egyszerű. Készíthető hozzá olyan térképezés, ahol a 45°-os határt nem lépjük át. S a két ábrázolás között van Kölcsönösen egyértelmű leképezés.



Íme az eredmény. A fénykúpok itt a 45°-os szöghöz hajolnak hozzá. A mellékelt ábrán három objektum látható különböző időpontokban egy ilyen környezetben. A középső görbe a szabadesésüket követi, a sárga az előre, a piros a hátrafelé indított fényjelük útját. (Eseményhorizont: x = 1/2-nél, kényelmi okokból.)
A fénykúpok elhajlása és a 45°-os határ tehát két külön dolog.



Itt van 45°-nál nagyobb hajlás, vagyis megsértjük a maximális sebességet. A mellékelt ábrán 2/3-nál van az eseményhorizont, s 3 átlagos helyzetű objektum látható. Az első lámpák által éppen kibocsátott foton útját sárga, a hátsóét pirossal rajzoltuk. A harmadik vonal, magának az objektumnak az útja, ha szabadon esik. Itt keveredik a fénykúpok elhajlása a maximális sebesség globális egységének tagadásával.



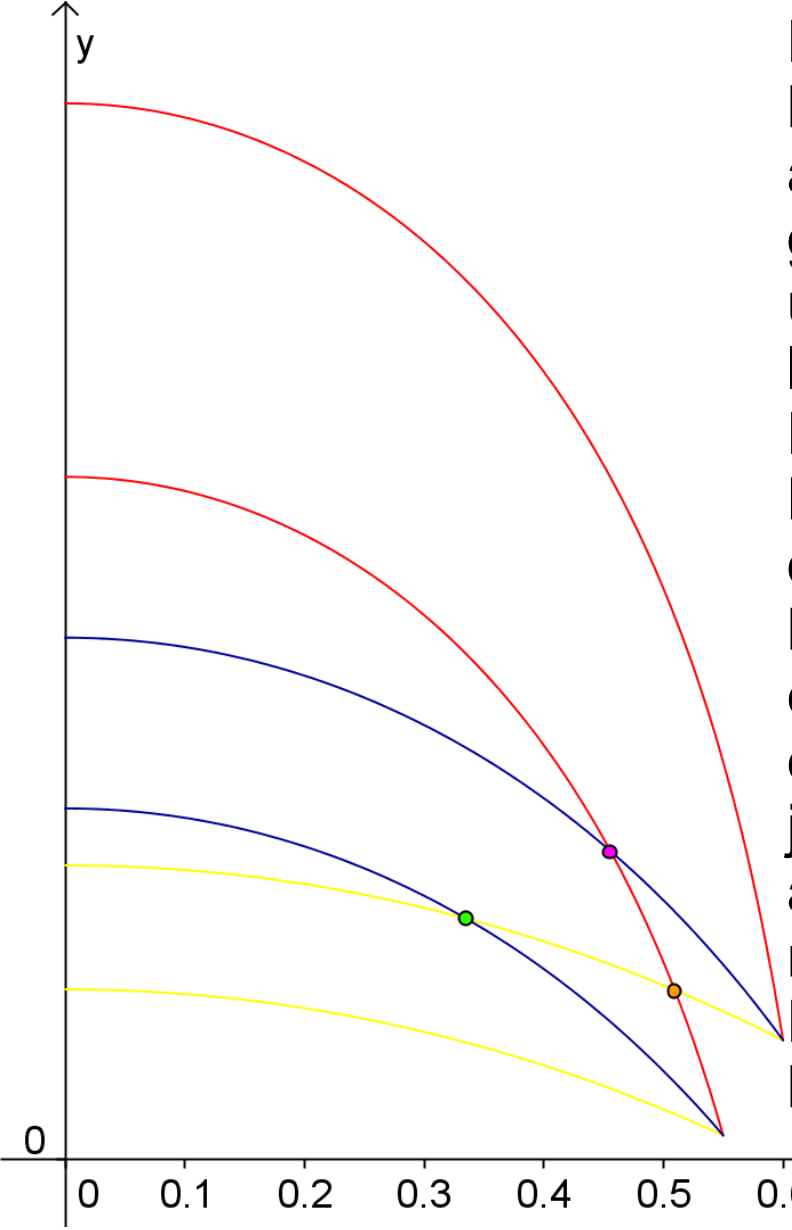
Ez az előző ábra, de úgy hogy most 45° a maximális hajlás (sárga), s így a maximális sebesség globális. Minden más ehhez hajlik, az eseményhorizont helye itt ½.
Az általános relativitáselméletben a maximális sebességnél láthatunk gyorsabb mozgást, amit a tér tágulásával magyarázunk. A fekete lyukak esetében azonban a tér nem tágul.

Tornyosulnak a kérdések. Egyelőre ennyit az előadásokon és csatlakozó fórumon elhangzottakról. Most jönnek a további kérdéseim, kétségeim, válaszokat, cáfolatokat,kijavítást szívesen látok.

Először 2 majd 3 térdimenzióra térünk át. Innentől a (0,0) pont lesz szinguláris, amit immár minden irányból közelíthetnek az objektumok. Az
időre pedig úgy tekintünk, mint ami merőleges az ábrára, s a jövő befelé mutat.

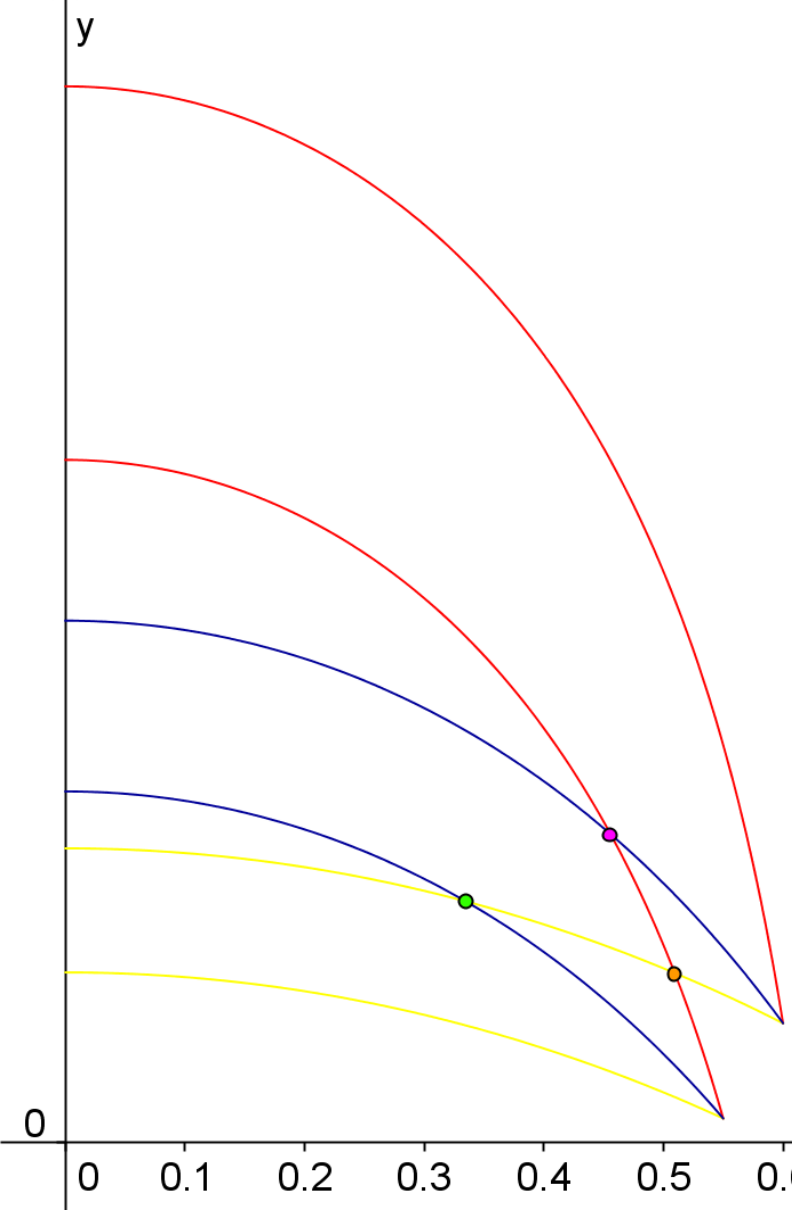
Először 2D-ben ábrázolunk. Megállapodunk abban, hogy a y tengely és a z tengely egybeesik, s innentől a z időt jelent, míg y a második tér dimenziónk. Az (x,y) sik objektumait pirossal, az (x,z) objektumait kékkel ábrázoljuk. Magyarul a kék objektumokat úgy kell képzelni, mint a kihajtódó várat, egy mesekönyvben.

Előtte azonban még egy 1D-ben tárgyalható epizód következik.



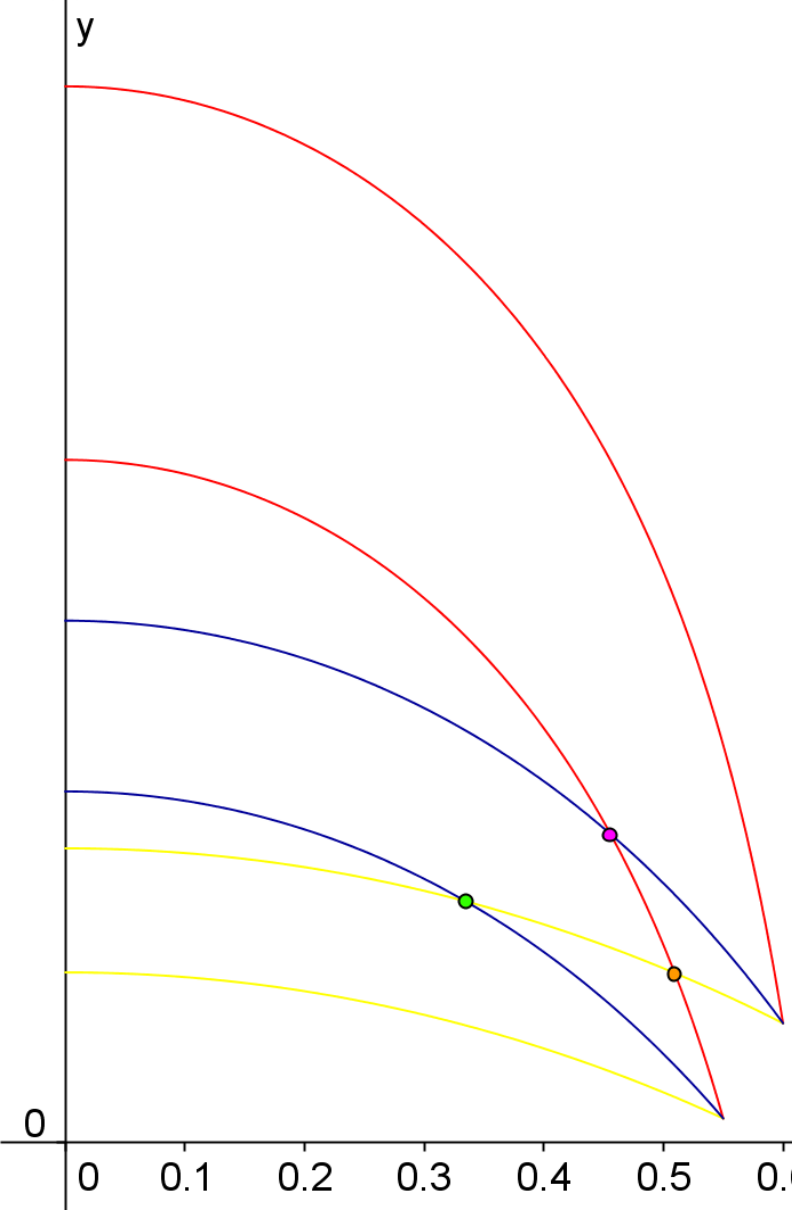
Dávid Gyula szerint amikor átlépjük az esemény-horizontot akkor nem tárul fel előttünk a jövő, mert az esemény horizont mögött minden újabb gömbhéj egy újabb eseményhorizont. Két egymás után beeső úrhajó kölcsönösen egymás mögött látja egymást.

Nos ez a következő lehetetlenséghez vezet. Legyen a két űrhajó első és hátsó lámpájuknál összeillesztve, s legyenek áttetszőek. Mindenki hátrafelé nézzen. Az első belép a horizonton, előtte sötét lesz hiába világít arra, ám amikor az egész beér a horizonton belülre látja maga mögött jönni a másik űrhajót, annak sárga lámpáját. S, amikor az is beért látja, hogy a másik látja maga mögött őt magát jönni, és így tovább vég nélkül. Dávid Gyula logikája tiszta. Az ábrán is látható a hamarabb beeső űrhajó hátsó lámpája eléri a másik űrhajót (lila pontban), a hátsó űrhajónak pedig az első lámpája eléri az elülső űrhajót (zöld pontban) így mivel elől sötét van mindketten hátulról látják a másikat. Azt, hogy elől sötét van abból származtatta, hogy a „hátsó lámpa” fénye is befelé esik. Azonban igazából a „hátsó lámpa” fényére ráfutunk. Az ugyanis mint látható lassabban esik a szingularitásba, mint az űrhajók.



A képről leolvasható a következő. Mindkét szabadon eső űrhajó (kék) később érkezik meg, mint az első lámpája által küldött jel (sárga), de hamarabb, mint a hátsó lámpája által küldött jel. A hátsó űrhajó valóban hátulról világítja meg (sárga) az első űrhajót (zöld). A hátsó űrhajó, azonban egyszerűen belefut elölről (lila) az első űrhajó hátsó lámpája által kiadott jelbe (piros) Gondoljuk meg a lila pontot! Itt az első űrhajó hátsó lámpájának a fénye (piros) és a hátsó űrhajó első lámpának a fénye (sárga) találkozik, melyik van elől? A sárga éri utol a pirosat.
Nem sérül, hogy minden gömb réteg egy újabb horizont, mivel ráfutunk a jelre, s nem az jön kifelé.

Az ábra úgy is értelmezhető, hogy az első űrhajó valójában egy félig áteresztő tükör, ami persze maga is szabad esésben esik befelé. Feltehető, hogy az adott pontban éppen elérte a hátsó űrhajó első lámpájának egy korábbi jele, s most ezt félig átengedte (sárga), félig visszatükrözte (piros), s ez a piros jelre, a hátsó űrhajó ráfut (lila). Logikailag tehát abból, hogy minden gömbhéj egy újabb eseményhorizont nem következik, hogy előttünk sötét van.



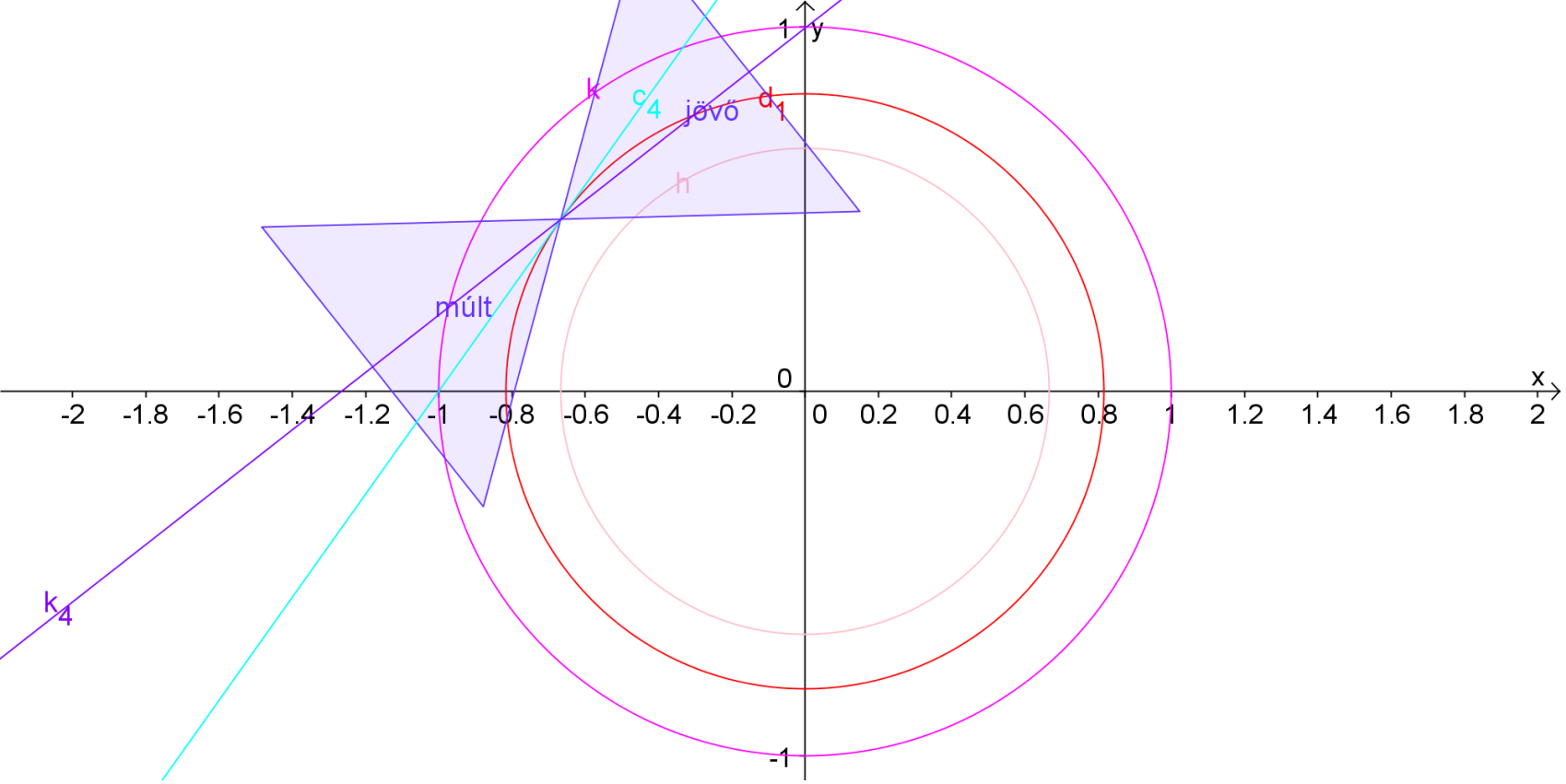
Dávid Gyula tanár úr, egy későbbi előadásán visszatért a kérdéshez, gondolom kérdéseket kapott. A normál világban is két egymás mellett, de azért nem túl közel haladó űrhajó egymást kölcsönösen maga mögött látja, hiszen a fénynek idő kell míg elér az egyiktől a másikig. „S ezen senki sem csodálkozik”.

Ezen tényleg nem, ahogy azon sem, hogy ugyanitt két egymás mögötti űrhajó is egymás múltját látja csak az egyik elölről kapja a jelet a másik hátulról.

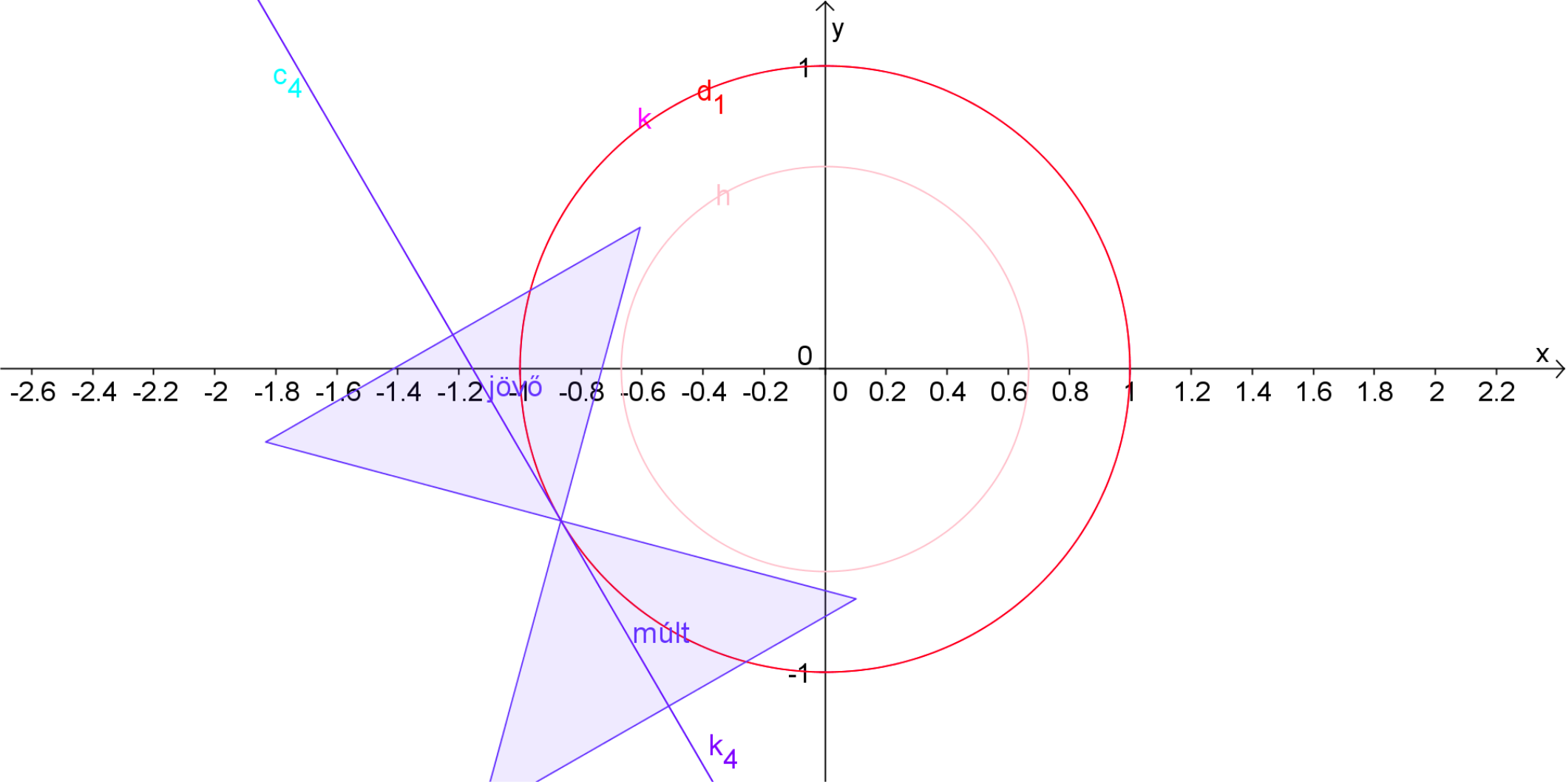
A jel mindig a múltat mutatja függetlenül attól, hogy merről jön, egyébként lenne időgép.

Ugyanez az eseményhorizonton belül is. Egymás múltbeli állapotát látják, csak az egyik elölről a másik hátulról.

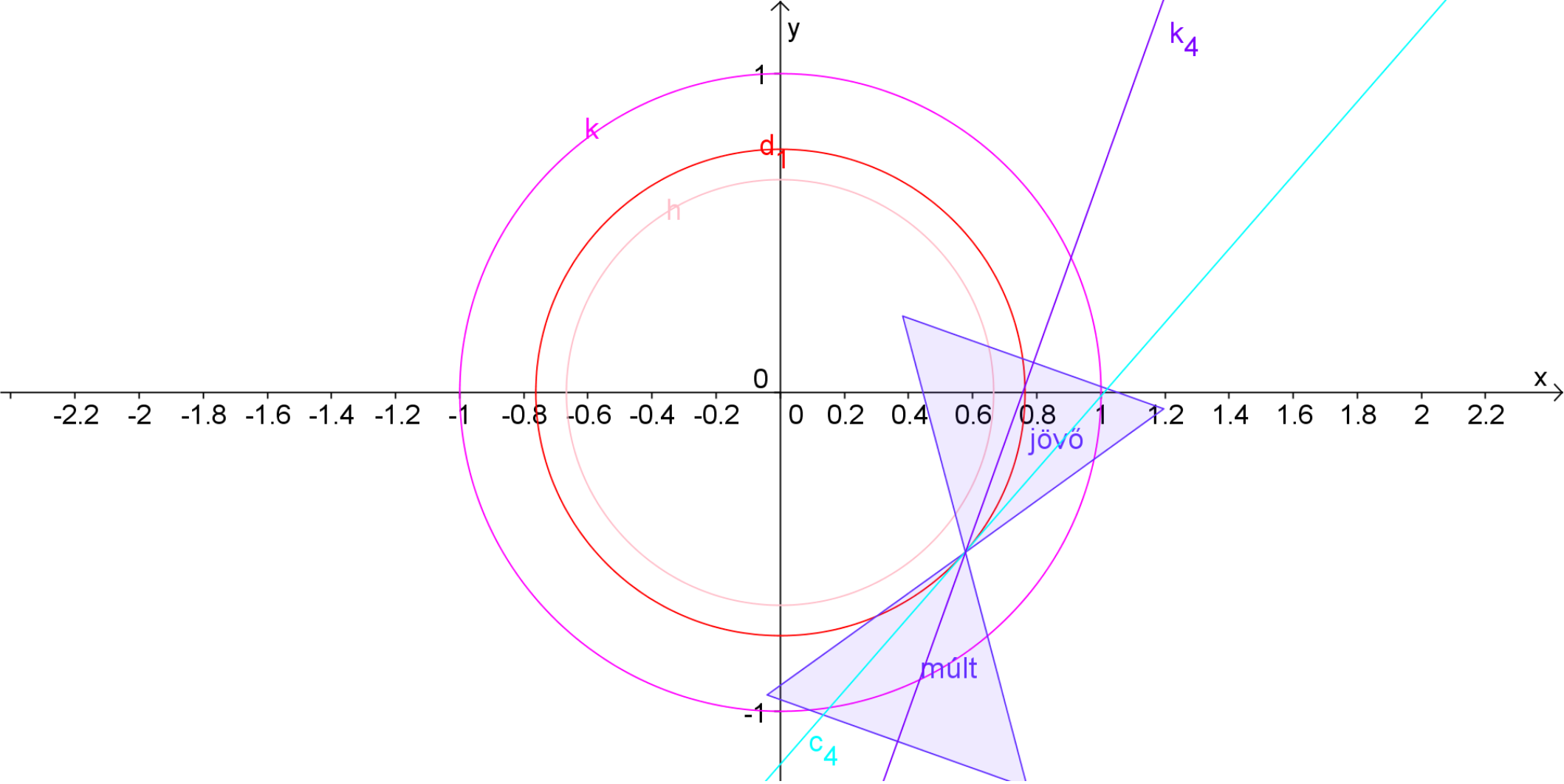
Mint látható az ábrán megengedtük a 45°-nál nagyobb hajlásszöget, de ugyanez érvényes az ezt kizáró esetre is.



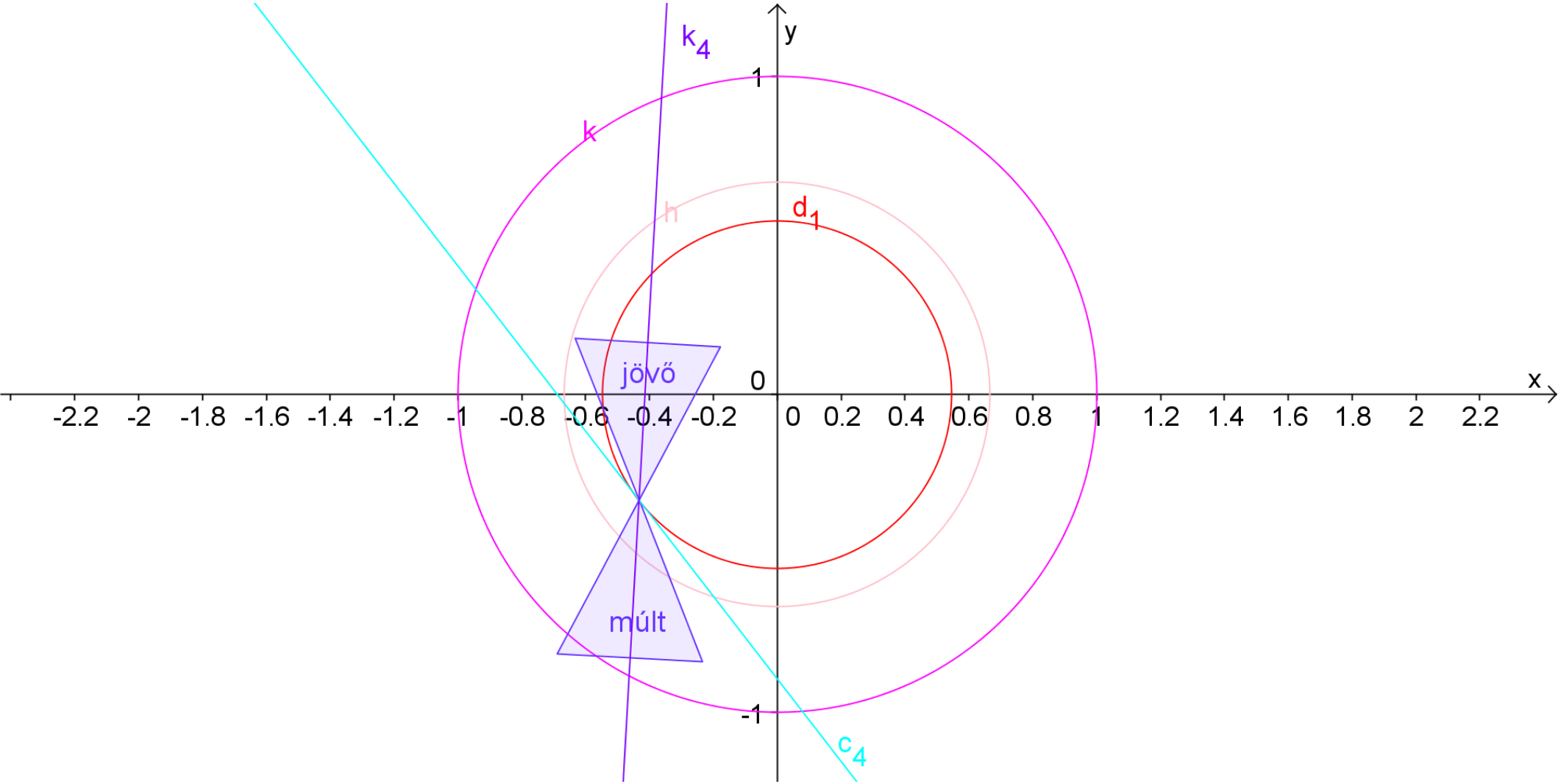
Ismerkedjünk az ábrával.
A k: a (0,0) szingularitástól 1 távolságra levő pontok.
A h: az eseményhorizont, ez időben egy henger!
A d_1: a Most objektummal egyidejű pontok helye. (gömbszimmetia!)
A k_4 jelképezi a kikapcsolt motorokat.
A c_4 jelképezi azt, hogy ha álláshoz hol kell lennünk az idő folyamán.



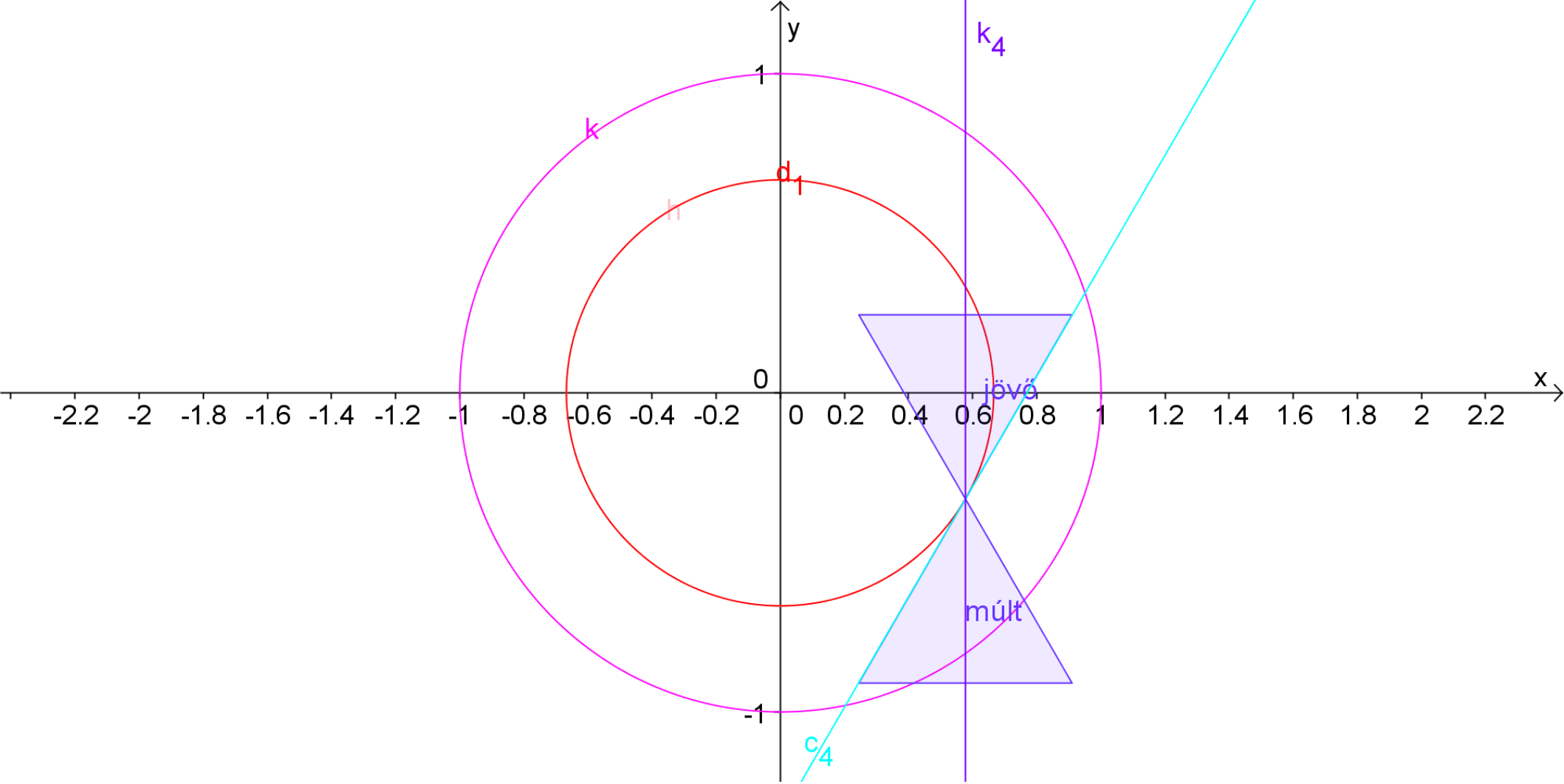
Ha a k (r=1) körön vagyunk vagy azon kívül,akkor c_4 és k_4 egybeesik. Itt normál fénykúpjaink vannak. (Elhanyagolás.)



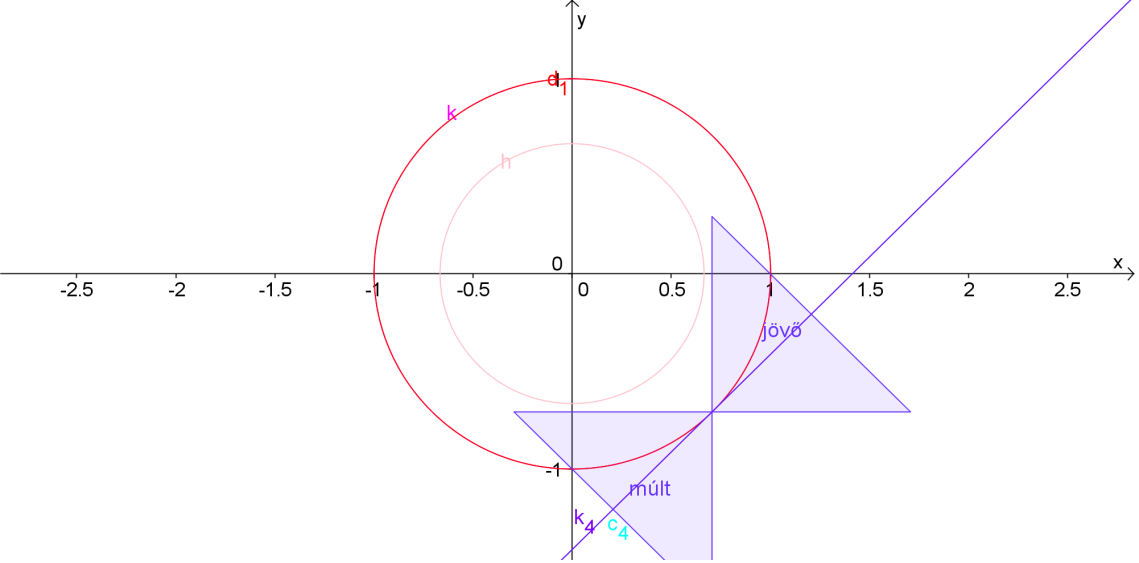
Megfigyelhetjük, hogy ha h körön kívül vagyunk, de k körön belül, akkor c_4 a fénykúpon belül fut, tehát megfelelő motor használattal lehetséges egy helyben állni.

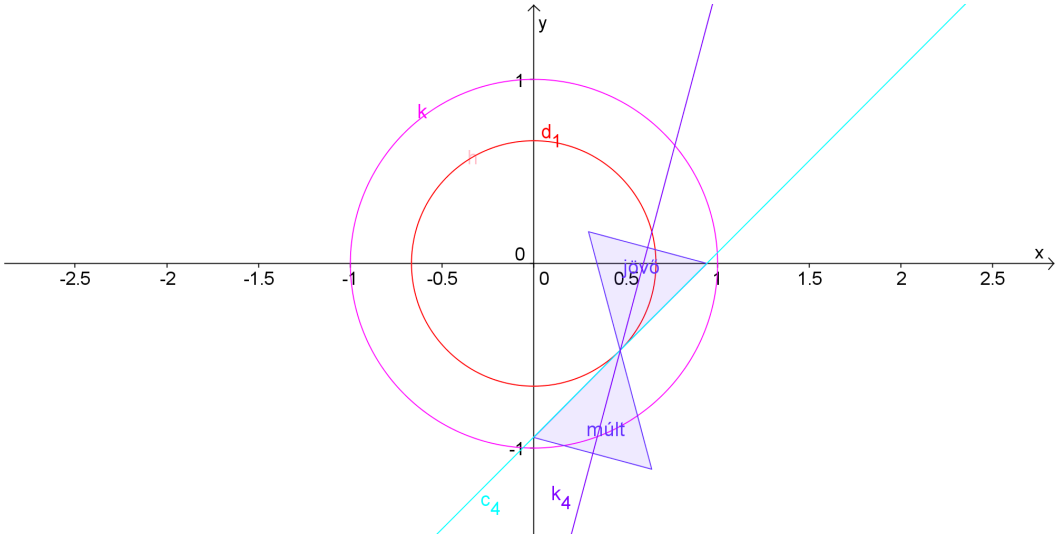


Ha h körön belül vagyunk, akkor a szingularitás elérése csak idő kérdése. Az állás (c4) akkor sem elérhető ha a megfelelő motor az elérhető legnagyobb fordulattal működik.

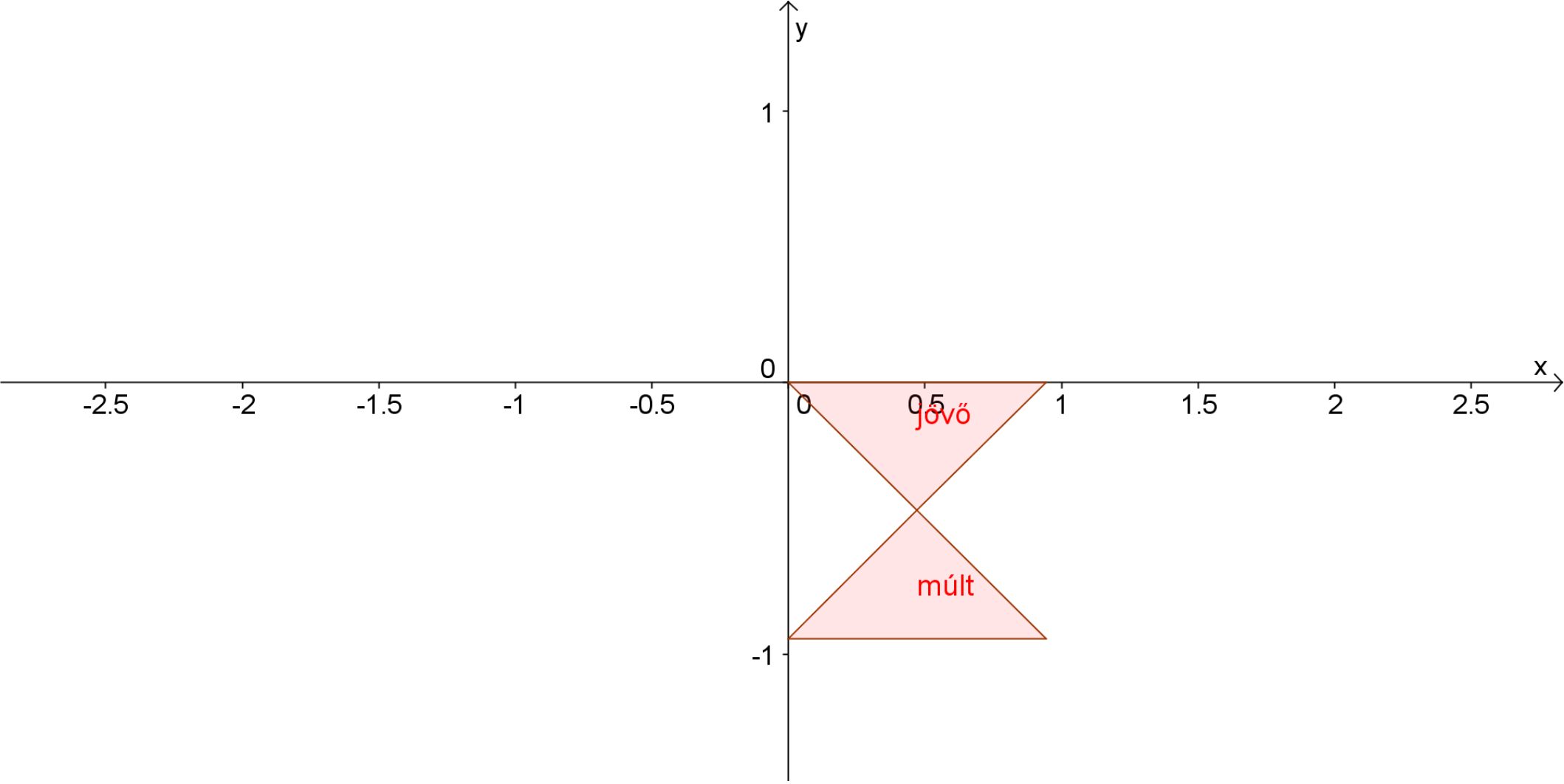


Ha éppen a h körön vagyunk, akkor mint látható a c_4 az egyik száron halad, vagyis a fény még éppen képes állni, illetve motorral ezt minden határon túl közelíthetjük. (0 és oo: idealizált foton) A h az eseményhorizont.

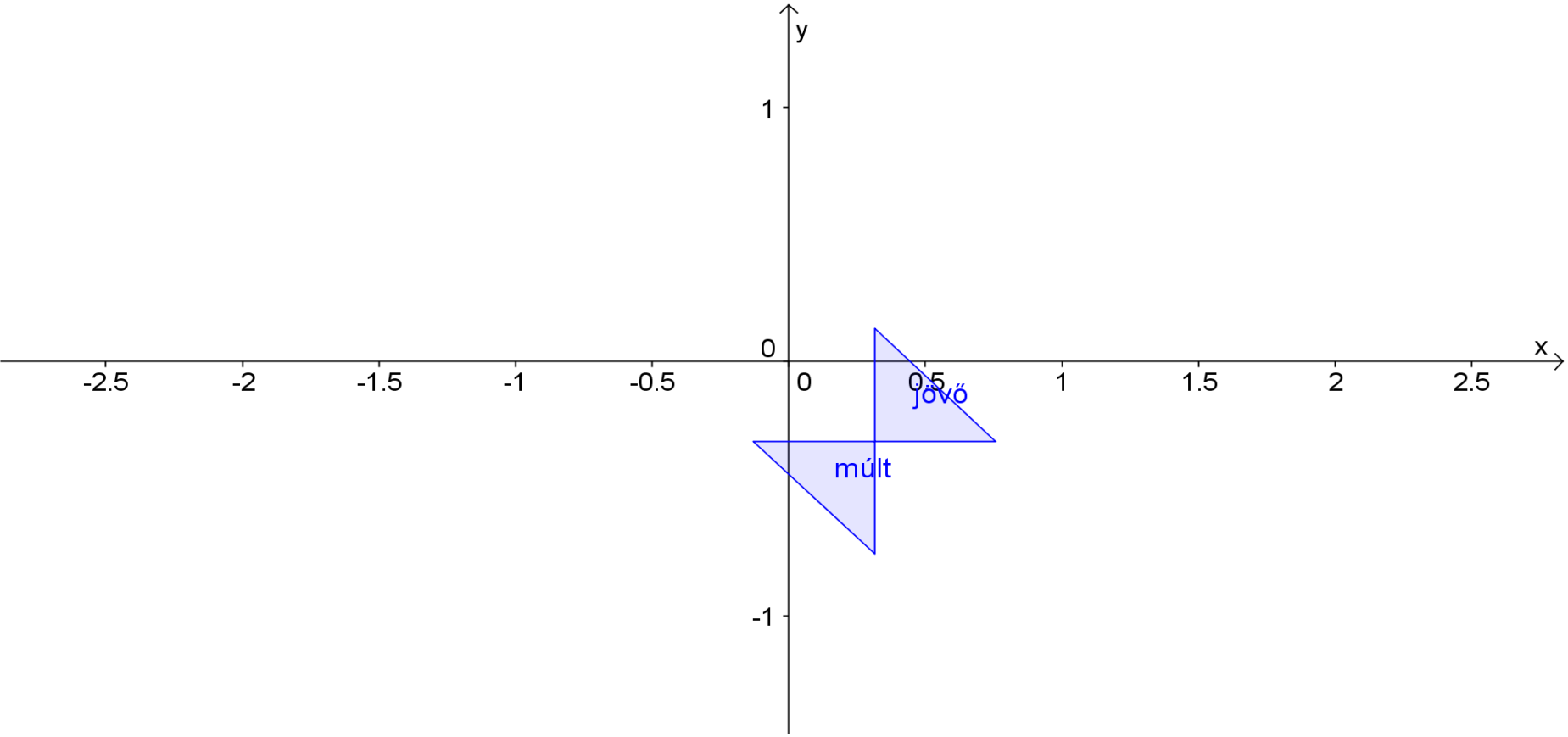




Itt az ideje feltárni a 2/3 választásának a hátterét. Ha jól megvizsgáljuk a k körön elhelyezkedő normál fénykúpok nyílásszöge éppen 90 fok. A h körön elhelyezkedő fénykúpnál az eredetileg 135°-os alkotó 90°-os. S ez pont 2/3-os arány. Önkényesen ezt használjuk mindenütt, s erre építjük a többi értéket is. (A -45°-os korlátnál ½ a jó választás, mert ott 135°-ról 45°-ra megyünk le.)



Említettük, hogy a fénykúpok azonosak, hisz mindenütt inerciarendszer van, leszámítva a szingularitást. Az, hogy mettől ábrázolhatjuk normál fénykúpnak az elhanyagolás kérdése és ez két dologtól függ: a szingularitástól való távolságtól és az inerciarendszer méretétől. Eddig az elsőre figyeltünk. Az elhanyagolás természete miatt a szingularitást kivéve bárhova rajzolhatunk normál fénykúpot csak elég kicsire kell rajzolnunk, hogy a választott elhanyagolást ne érjük el!



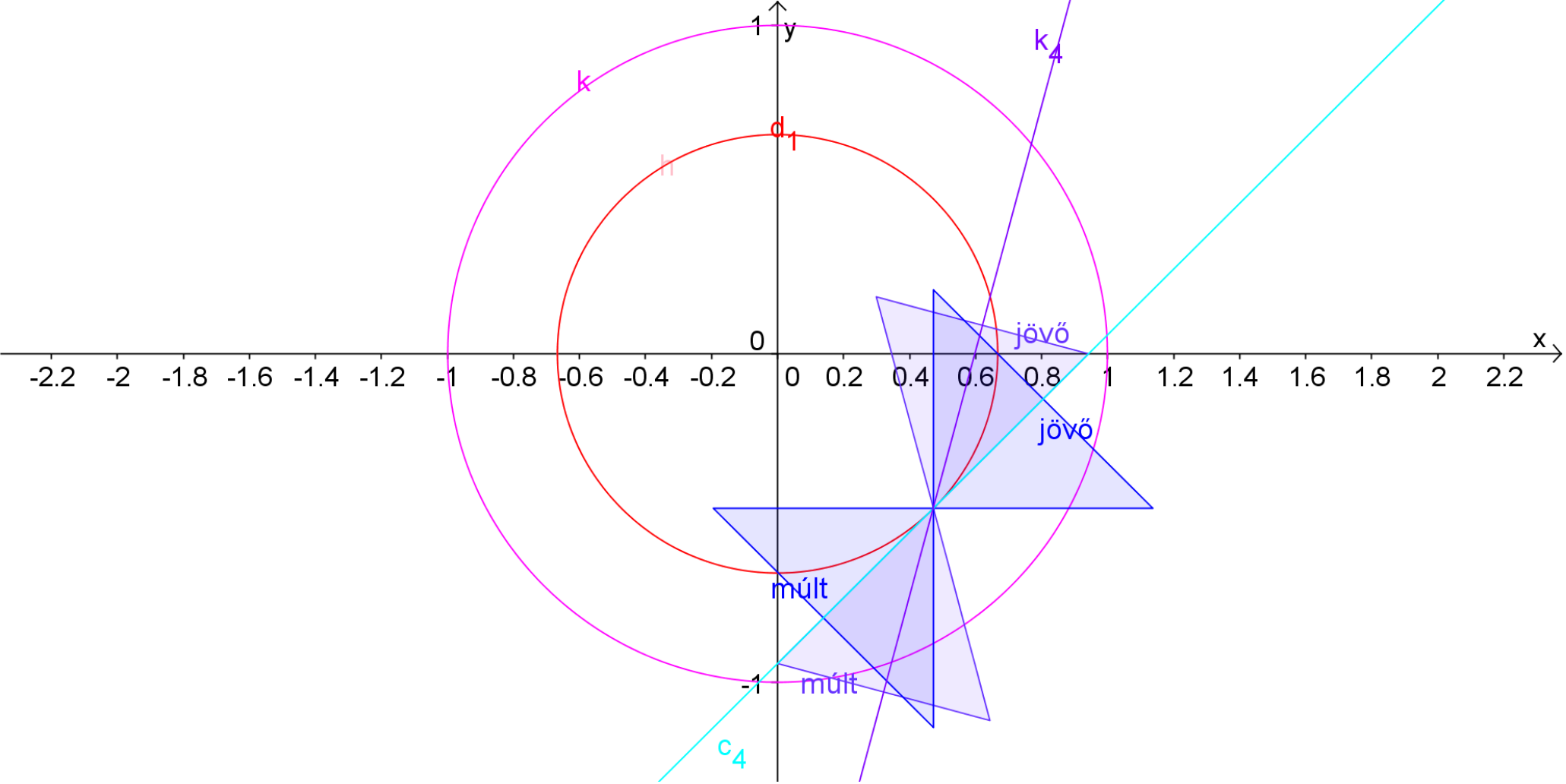
A szingularitáson kívül feltehetjük, hogy egységtávolságra vagyunk a középen levő egységtömegtől. Ekkor a 2/3 (1/2) helye is változik, s nem az ábrázolás miatt. Na most a középponttól eltérő távolságra levő pont egymást figyeli, akkor a szingularitástól távolabbi a közelebbi fénykúpját a szingularitás felé hajlóként ábrázolja, de mi a helyzet fordítva? A közelebbi a távolabbit a szingularitástól elhajlónak fogja látni, 90°-nál nagyobb nyílásszöggel! Vagyis az a feltevés, hogy van egy pont ahonnan m tömeg hatása elhanyagolható téves. Ha elég messzire nézünk, akkor a szingularitással ellentétes irányban akkor akármilyen nagy elhanyagolást is engedünk, amit mérünk az meghaladja. Nincs olyan hely, ahol a központi tömeg ne görbítse a teret.

Így valójában végtelen messze lehet nem hajló, tehát normál fénykúpot rajzolni. Ezt amúgy a szakirodalom is elismeri, amikor végtelen távoli megfigyelőről beszél. A végtelen távolságot megpróbálhatjuk véges helyen ábrázolni, de ennek ára van. Ha lineáris arányt akarunk, akkor a véges a szingularitásra korlátozódik, azaz rajta kívül mindenhova normál fénykúpot tehetünk, minden pont távoli megfigyelő. Egyszerűen a oo aritmetika miatt van ez. Például, ha 1 jelenti a oo helyét, akkor 1/3 a oo/3 helye, de oo/3 := oo. Ez esetben bármely két eltérő pont már egymástól is végtelen messze van, vagyis még mozogni sem lehet.
Hívjuk segítségül a hiperbolikus geometriát. Ekkor minden pont távolsága oo a szingularitástól (magát kivéve), de minden közbülső pont már véges távolságra van. Ezt úgy érjük el, hogy a szingularitás felé haladva a méter rudunk összemegy. Tulajdonképpen ezt fejezzük ki azzal, hogy bármely pontban a helyünket egységnek definiáljuk a szingularitástól. Ekkor képesek vagyunk haladni, de a hátralevő idő is relatív lesz, amit nevezhetünk egységidőnek.
Összefoglalva: Akárhol állunk beállíthatjuk úgy hogy középen egységtömeg van, mi tőle egységtávolságra vagyunk és egység idő múlva érkezünk meg. Na de ha mindenütt ez van, akkor ha a mozgást meg is engedjük, akkor sem érzékelünk belőle semmit. Mindenütt egységet mérünk. Azt sem tudjuk megállapítani, hogy mozgunk vagy sem. Még saját méretünket sem látjuk változni, s arra is hiába várunk, hogy valahol már nem férünk el. Méretünk ugyanis a helyi méterrúddal maga is állandó ebben az ábrázolásban. Hiú ábránd a sebesség növekedésből adódó spagettizálódásban reménykedni, mert e felállásban magunkat állni látjuk, így semmiféle nyúlást nem játszik.

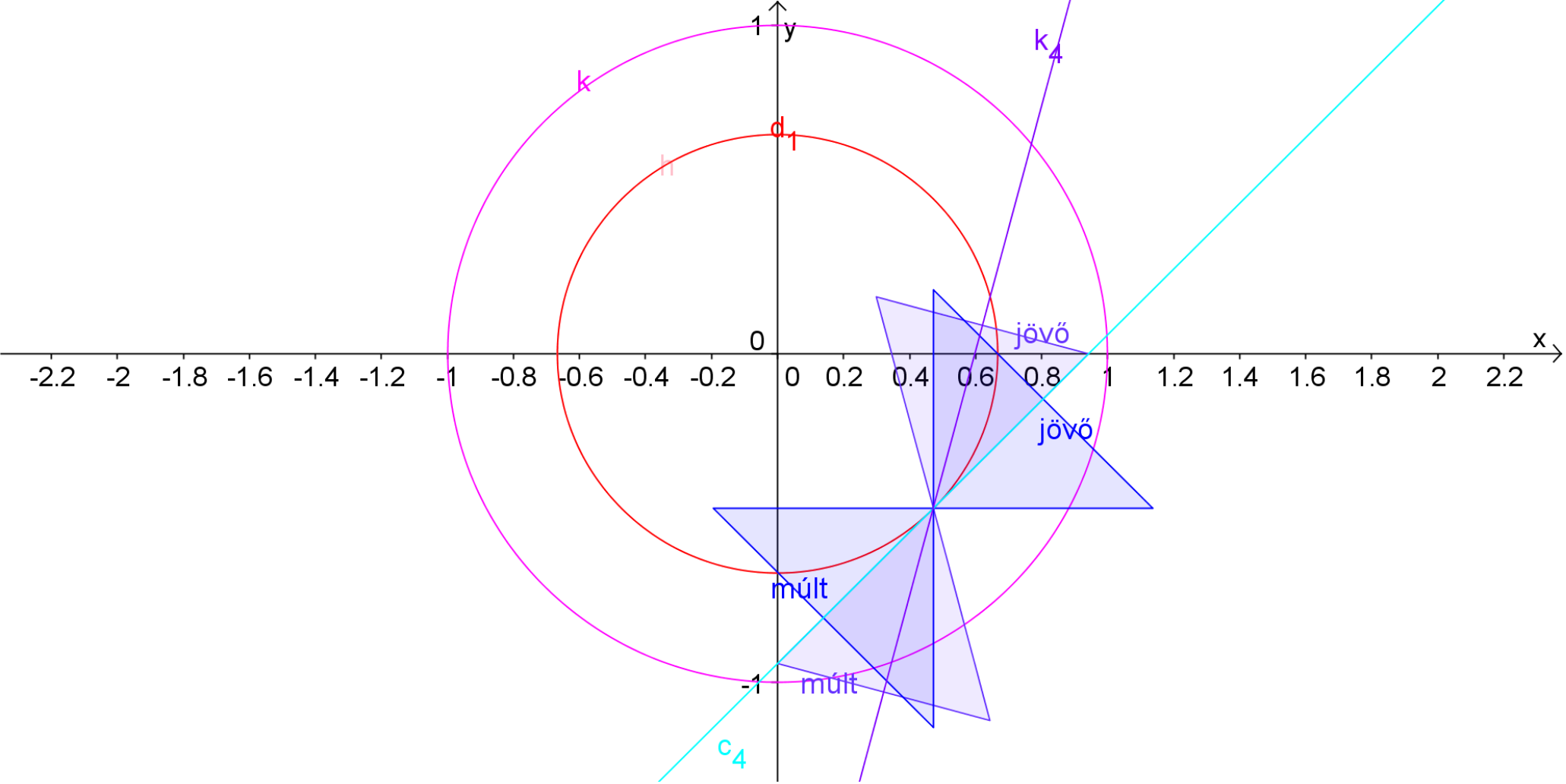
Mi a helyzet a maximális sebességgel?
A lineáris esetben nincs értelmezve, mert csak végtelen és 0 távolságok vannak.
A hiperbolikus esetben a globális maximális sebességet a 45° használata fejezi ki. Ekkor még a mások megfigyelése alapján se dönthetjük el, hogy mozgunk vagy nem. Ha a szingularitás felé nő a maximális sebesség vagyis a fénykúpok a 0°-hoz hajlanak, akkor ami előttünk esik az esemény horizont felé az távolodni fog tőlünk, ahogy az is ami mögöttünk esik. Aztán ezt értelmezhetjük úgy, hogy a tér tágul, de úgy is, hogy a maximális sebesség nő a szingularitás felé. Mivel a tér tágulását elvetjük marad az utóbbi.
Na most ha a szingularitás felé nő a maximális sebesség, akkor a 0°-hoz hajló fénykúpok a jó választás, ám ez esetben nincs eseményhorizont és bárhonnan lehet kifelé jönni, mégpedig tetszőlegesen kis sebességgel is.
Ezt két lépésben magyarázzuk el.
A könnyebbik az, hogy a 2/3 (1/2) helyen a maximális sebesség nagyobb mint az 1 helyen, így az, hogy az 1 helyen levő maximális sebességgel az adott ponton csak állni lehetne nem számít, mivel ott van ennél gyorsabb mozgás.
A nehezebb, hogy miért tud akár egy csiga is kijönni. Nos azért mert maga az állás sebessége is relatív. A speciális relativitás mindenütt igaz, így a sebességtartomány mindenütt [-1,1] közé esik, ahol a 0 az állás sebessége.
Legyen két pontunk az egyik az 1 a másik hozzá képest a 2/3 (1/2) helyen. Ha az 1 helyen a sebesség tartomány [-1,1], akkor a 2/3 (1/2) helyen [0,2] lesz. Hiszen ekkor lesz az 1 helyen levő maximális sebesség állás a másik helyen, de egyútta teljesül, hogy a tőle való maximális eltérés 1 lehet. Egy csiga ekkor ehhez az 1 értékhez képest teszi hozzá a magáét, így ki tud jönni.

Dávid Gyula azt, hogy az esemény horizont mögül nem lehet kijönni azzal szemlélteti, hogy ott a fénykúpok egyszerűen annyira elhajlanak, hogy az eseményhorizonton kívülre egy pontjuk sem esik. Azonban aki ott van, az normál fénykúpot érzékel. S normál fénykúp pedig nem ábrázolható, úgy hogy ne legyen kifelé eső része. Ellenben ugyanis vagy nulla lesz a mérete, azaz nem lesz inerciarendszer, vagy a 90°-os nyílásszög csak úgy teljesül, ha az egyik alkotó a 0° lesz, ami idő felhasználás nélküli szingularitásba esést jelentene. Ráadásul a normál fénykúp állása nem módosítható, így a fele fog kifelé mutatni az eseményhorizonttól. Vagyis eseményhorizontról szó sincs. Legalábbis abban az értelemben, hogy onnan már nem lehet visszafordulni.

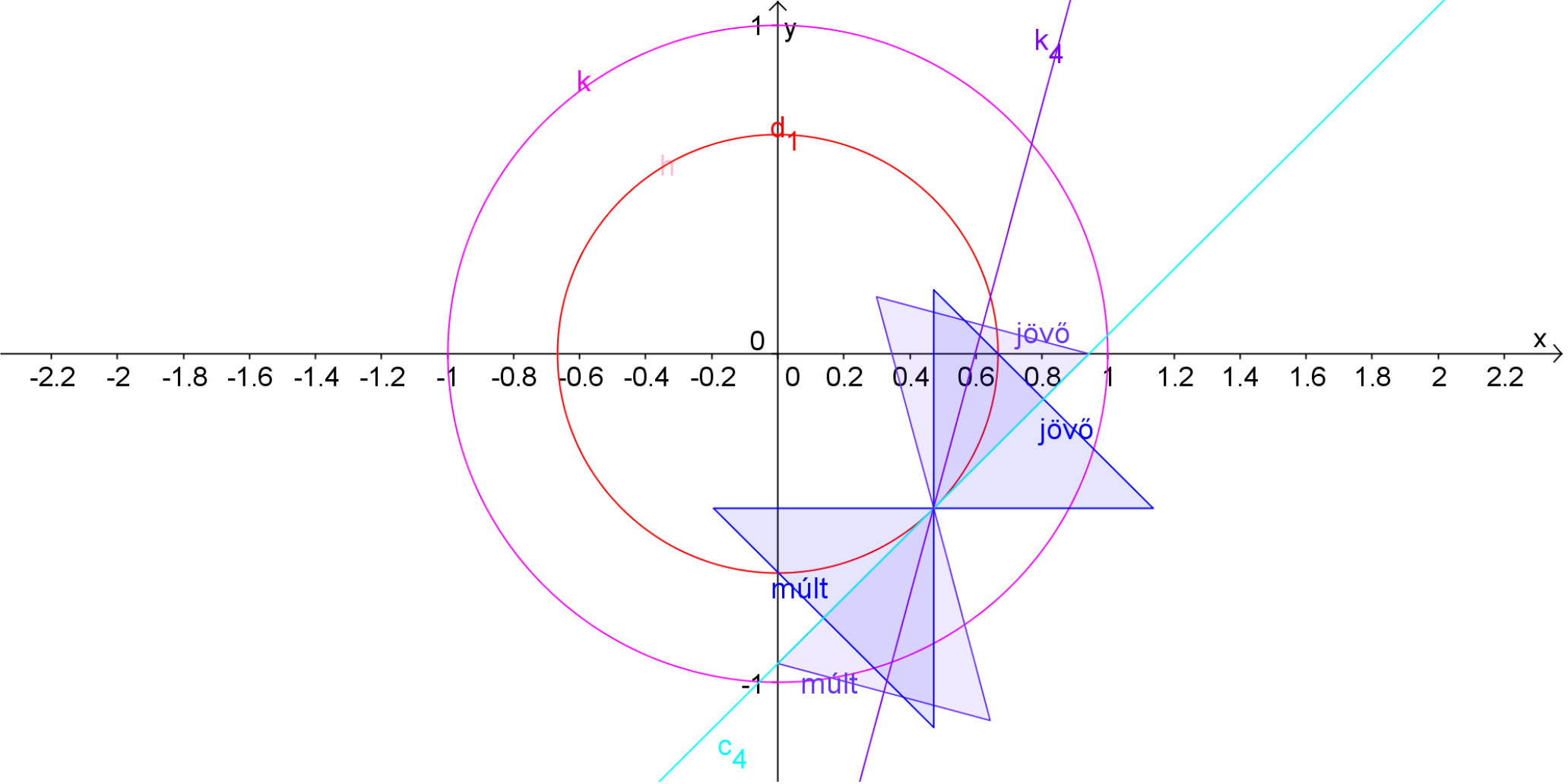
Látható tehát, hogy az m-től függő fix eseményhorizont ellentmondást hord magában. Érdemes megvizsgálni, hogy miről feledkeztek meg az elmélet felállítói, mi a rejtett, de téves előfeltevésük. Egy ilyen a maximális sebesség globális volta. Egy másik annak feltevése, hogy a koordinátázás globális és véges. Későbbi ábrákon ezen hibákból tanulunk, s egyben szemléltetjük is őket.



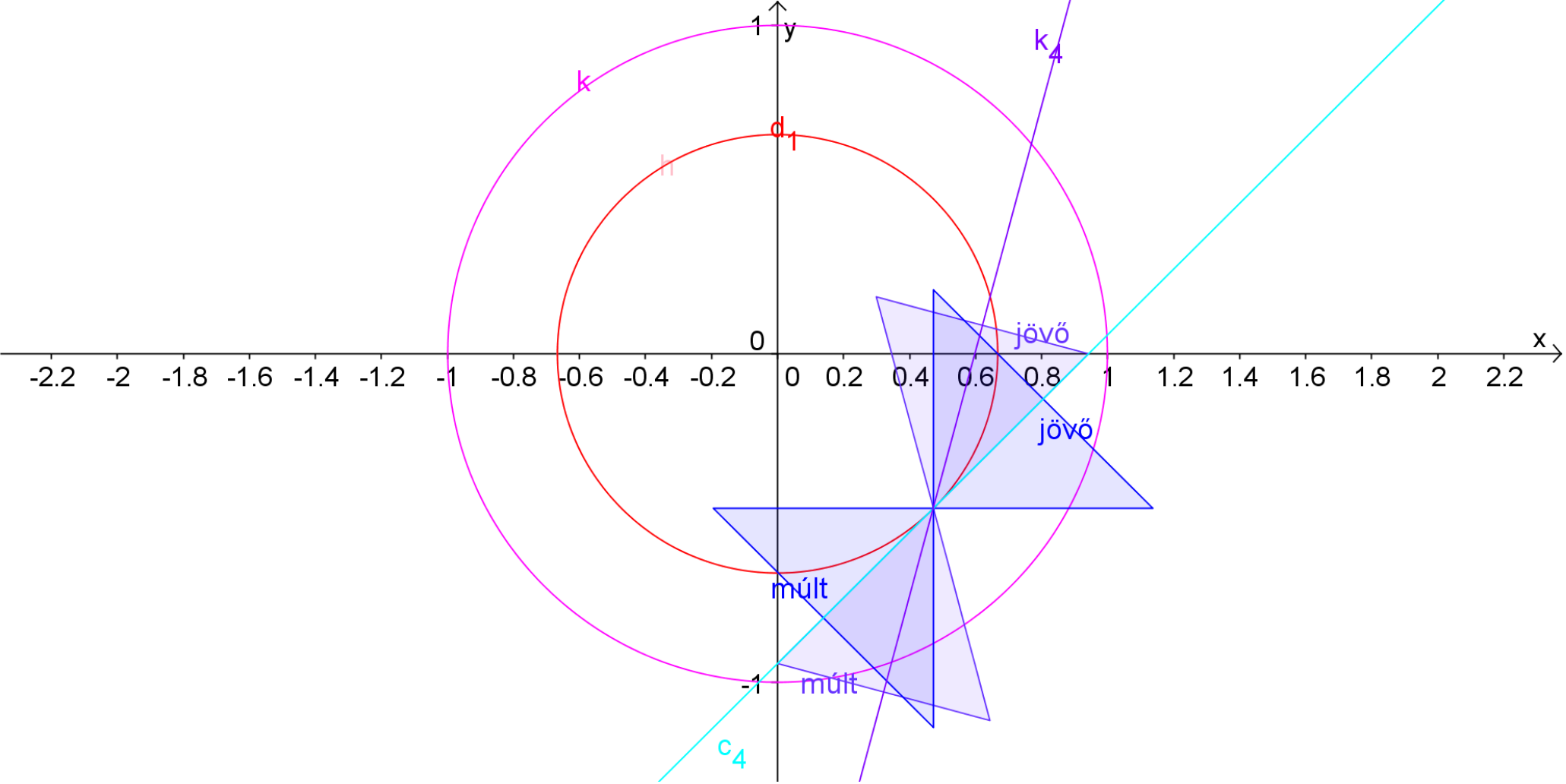
Az, hogy az általános relativitáselméletben az inerciarendszernek lenni tulajdonság nem tranzitív, azt is jelenti, hogy a maximális sebesség sem lehet globális. Egyébként mindenütt [-1,1] lenne a sebességhatár, hiszen egymást átfedő inerciarendszerekkel bármely két pontot összeköthetjük, s ekkor mindnél ugyanez a [-1,1] lenne a sebességhatár, ami azonban globális inerciarendszert adna. Dávid Gyula hangsúlyozza, hogy ne keverjük a nézőpontokat, de maga teszi, amikor k maximális sebességét d1-be is érvényesnek tekinti.



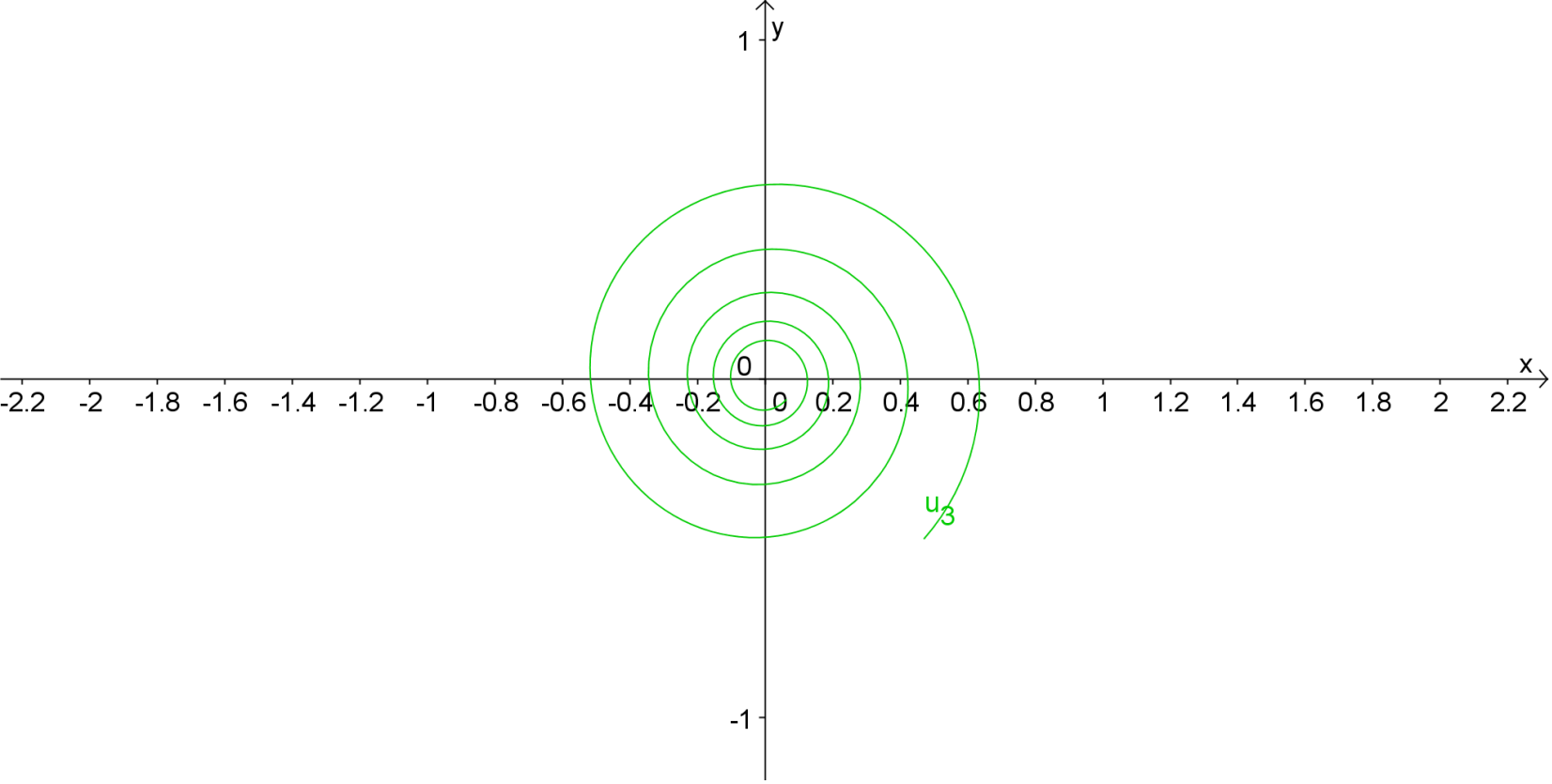
Az ábrán jól látható, hogy k helyen érvényes maximális sebességet d1-ben érvényesnek tekintve nem lehetne kifelé jönni. Ám ha normál fénykúpot rajzolunk ugyanide, akkor már lehet. Márpedig Dávid Gyula szerint is van inerciarendszer az adott pontban, amihez normál fénykúp jár.
Az ábrázolt fénykúp pedig nem vihető át egymásba, s arra sem lehet érvényesen hivatkozni, hogy itt két ábra van egymásra rajzolva, mert a lényeg az, hogy d1 szerint lehet kifelé menni, még ha k-ból úgy is vélik, hogy nem.



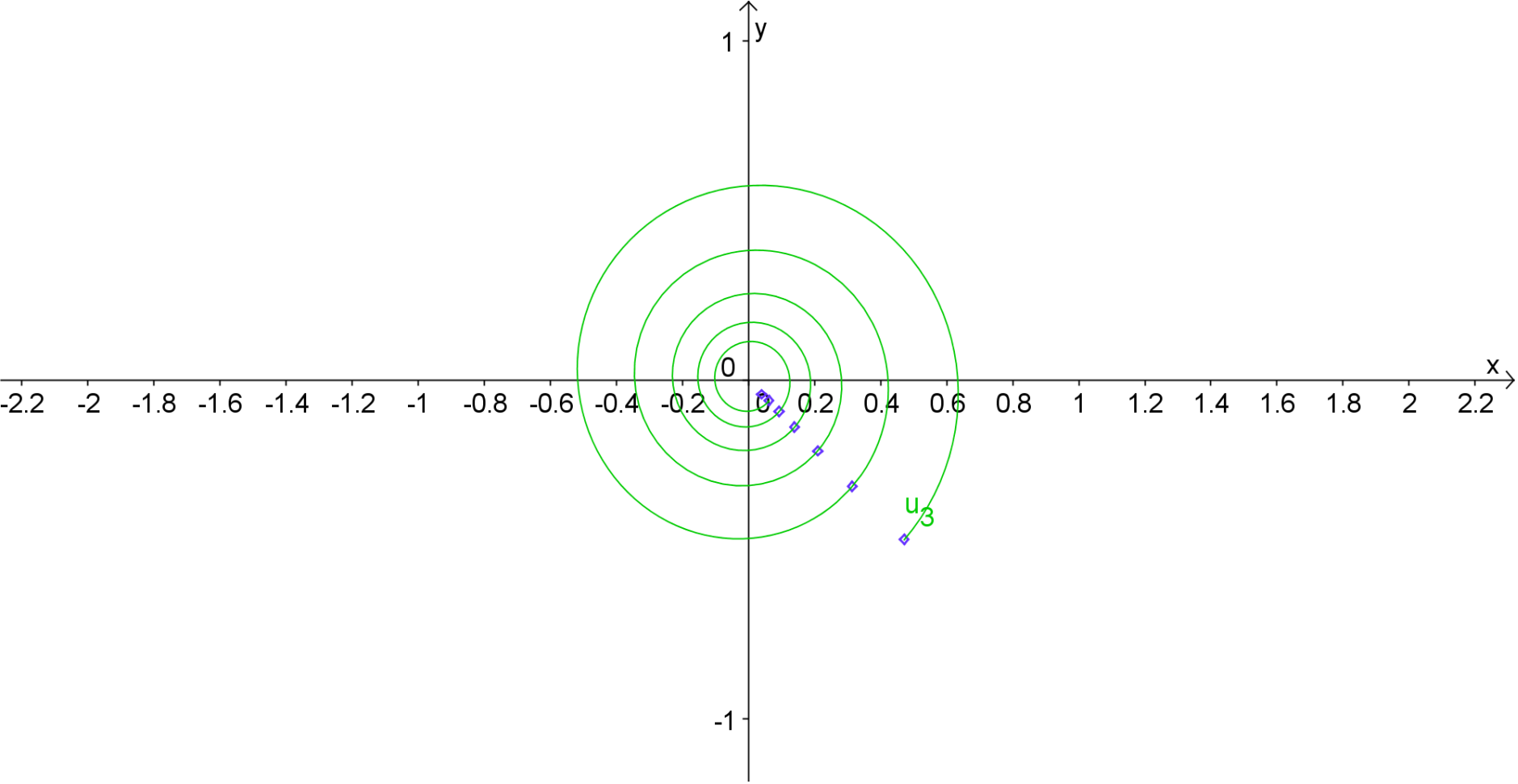
A maximális sebességet skalármezőként építjük be a térképbe. A fénykúpból leolvasható az értéke, ha így tervezzük. Ha a k egységkörön az állás sebességét 0-nak rögzítettük, akkor c=1 választással a lehetséges sebességtartomány itt: [-1..1]. Innen a 2/3 kör sebességtartománya: [0..2], itt 1 az állás. Általánosan: (2/3)^n körön [n-1..n+1] s n az állás. Itt az „eseményhorizont” minden nem szinguláris ponthoz máshol van és csak azt jelenti, hogy a Most ponthoz képest hol válik a maximális sebesség az állás sebességévé.
Az n álláshoz a fénykúp hajlásszögei: (2/3)^n*45° illetve (2/3)^n*135°.



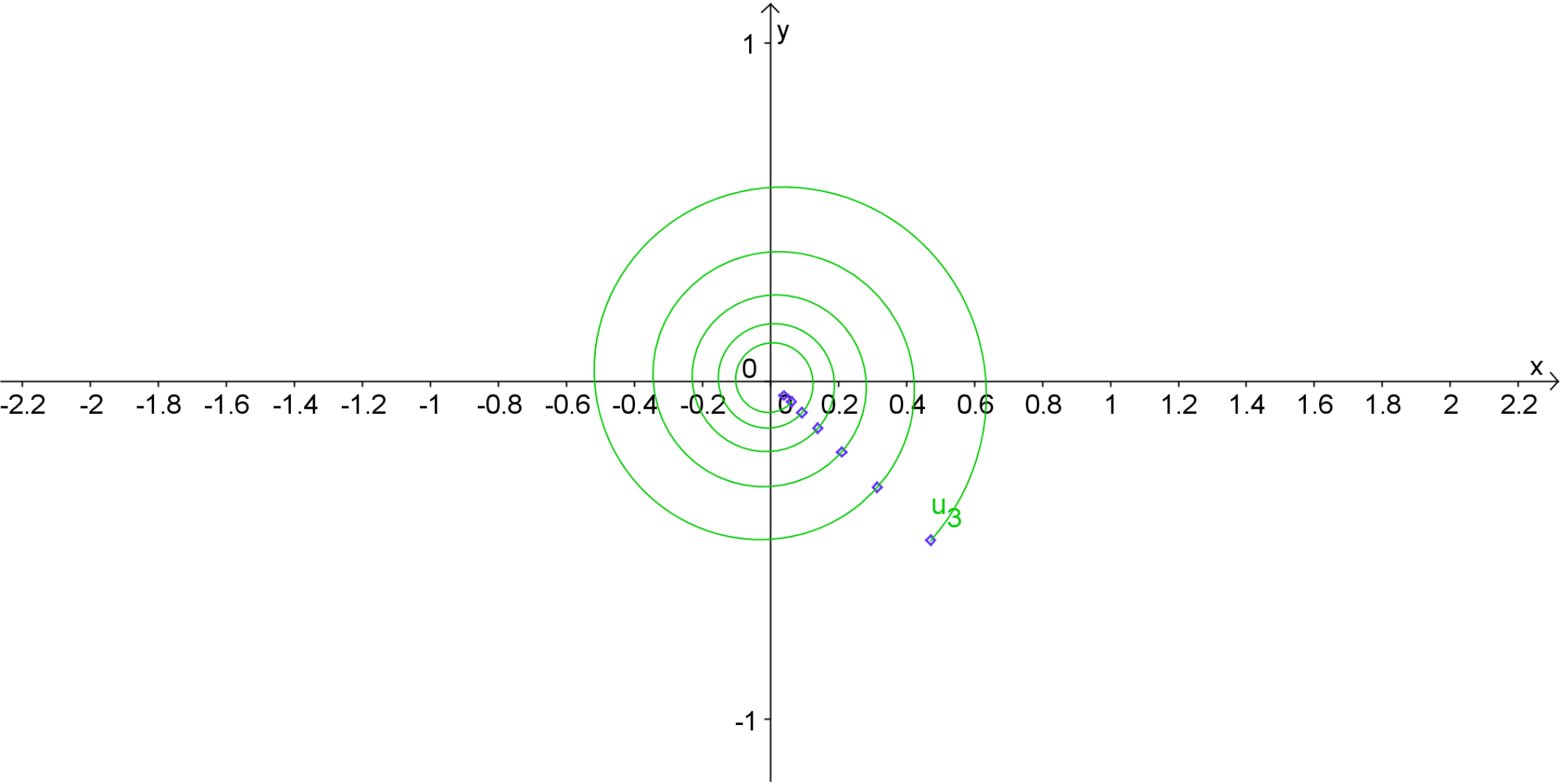
A 45°-os korlát esetében: a [-1..] érték állandó. A két eset között a különbség az, hogy c=1 globális maximális sebesség, vagy csak lokális, s ekkor a globális ∞. Vagyis mi a beeső tárgyak sebességének határértéke.
Ha ∞, akkor helyben mindig teljesül a [n-1..n+1] eset vagyis a két határ közti 2 különbség. Ha 1, akkor [-1..1] -től befelé haladva már nem teljesül, vagyis van irányfüggés, amit az elhanyagolásnál figyelni kell.
Vessünk egy utolsó pillantást a 2D esetre s készüljünk fel újabb dimenzióra, ahol továbbfejlesztjük modellünket.



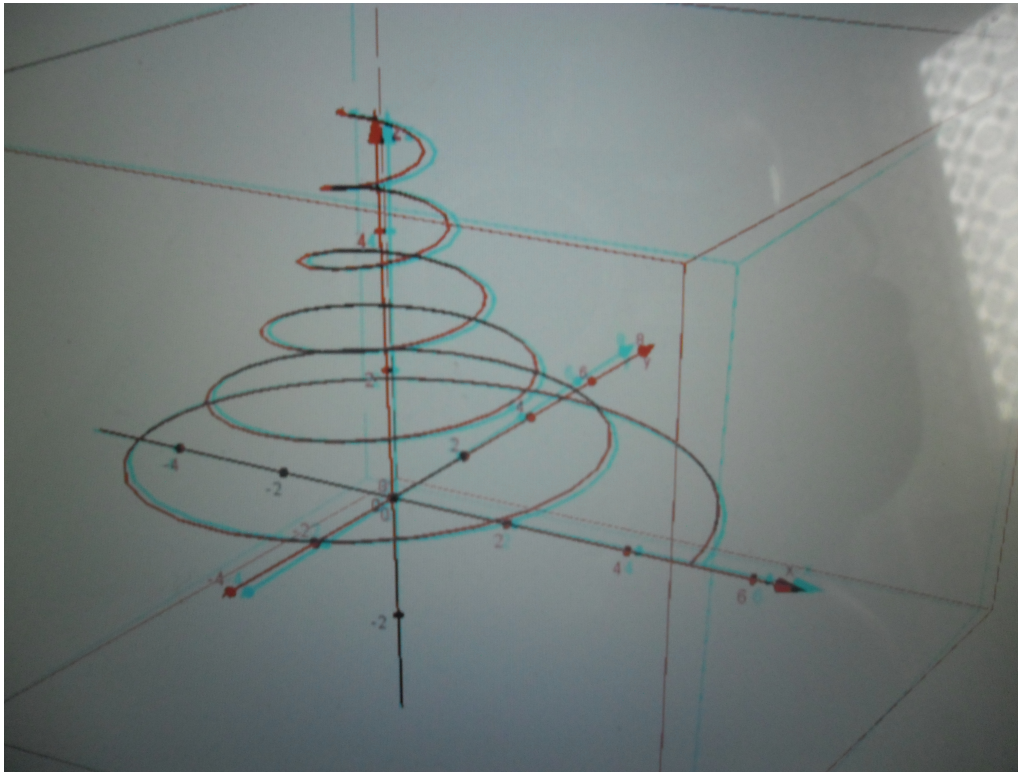
Egy újabb objektummal ismerkedünk.
Az ábra középen vég nélkül folytatódik, de a láthatóság kedvéért csak töredékét jelenítjük meg. Ez a görbe nem mást reprezentált mint az e pillanatban az Most (x,y) pontban álló és a motorjait kikapcsoló test szabadesését a szingularitásba. Az ábra érdekessége az, hogy minden egyes pontjában az origó középpontú adott ponton áthaladó körrel együtt halad, az érintőik megegyeznek, mégis egyre beljebb kerül. Van olyan fraktál, ahol 0 magasságból úgy jutunk 1 magasságba, hogy közben sehol sem emelkedünk. Itt éppen erről van szó.
Mire jó ez? Azt fejezi ki, hogy lokálisan állunk, mégis zuhanunk.



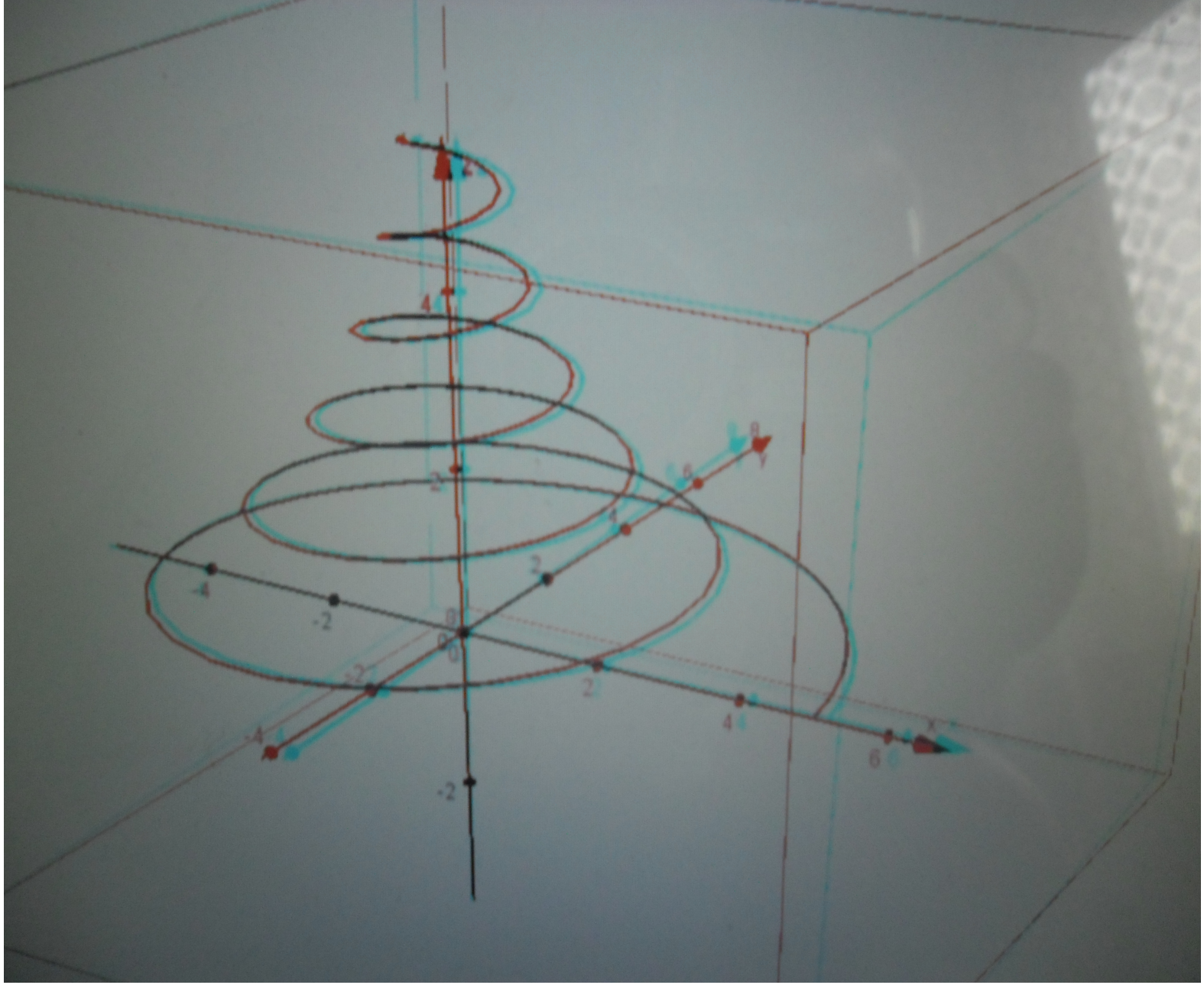
A megjelenő pontsorral szemléltetjük, a már vázolt „eseményhorizont” láncolatot. A görbe minden pontjára igaz, hogy számára ott van az eseményhorizont, ahol a tőle a szingularitásba húzott szakasz először újra találkozik a görbével, ami jelesül mindig a saját távolságának a 2/3-ánál van. A görbén haladva mi ndig magunk előtt kergetjük a „szingularitásunkat”, ráadásul lokálisan helyben állunk csak telik alattunk az idő. Pont ez a lényeg. Az idő könyörtelenül felnagyítja az elhanyagolás hatását, s míg ideális inerciarendszerben egy állandó körön keringenénk, itt a sugár egyre csökken.



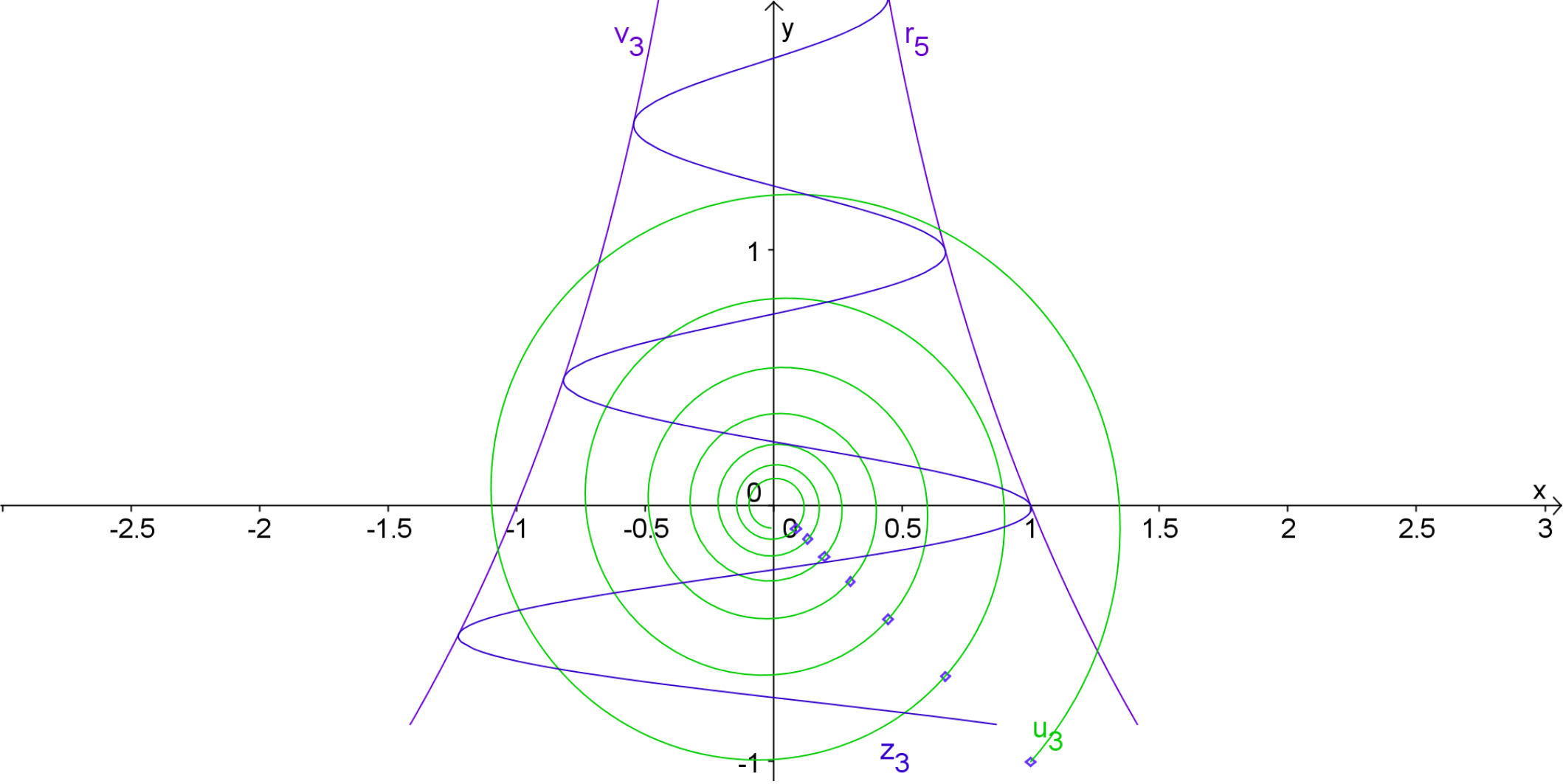
Az ábrán egy végtelen fraktált látunk, ne tévesszen meg, hogy esetleg a görbe hossza véges az ábrán, mert a hiperbolikus geometriára gondoljunk. A pontsor mindegyike tekinthető 1 pontnak!
Ráadásul a zöld szín a 3D ábra jele. Minden egyes körülfordulás mélységben egységnyi haladást jelent, így a oo távolság már az ábrából következik.



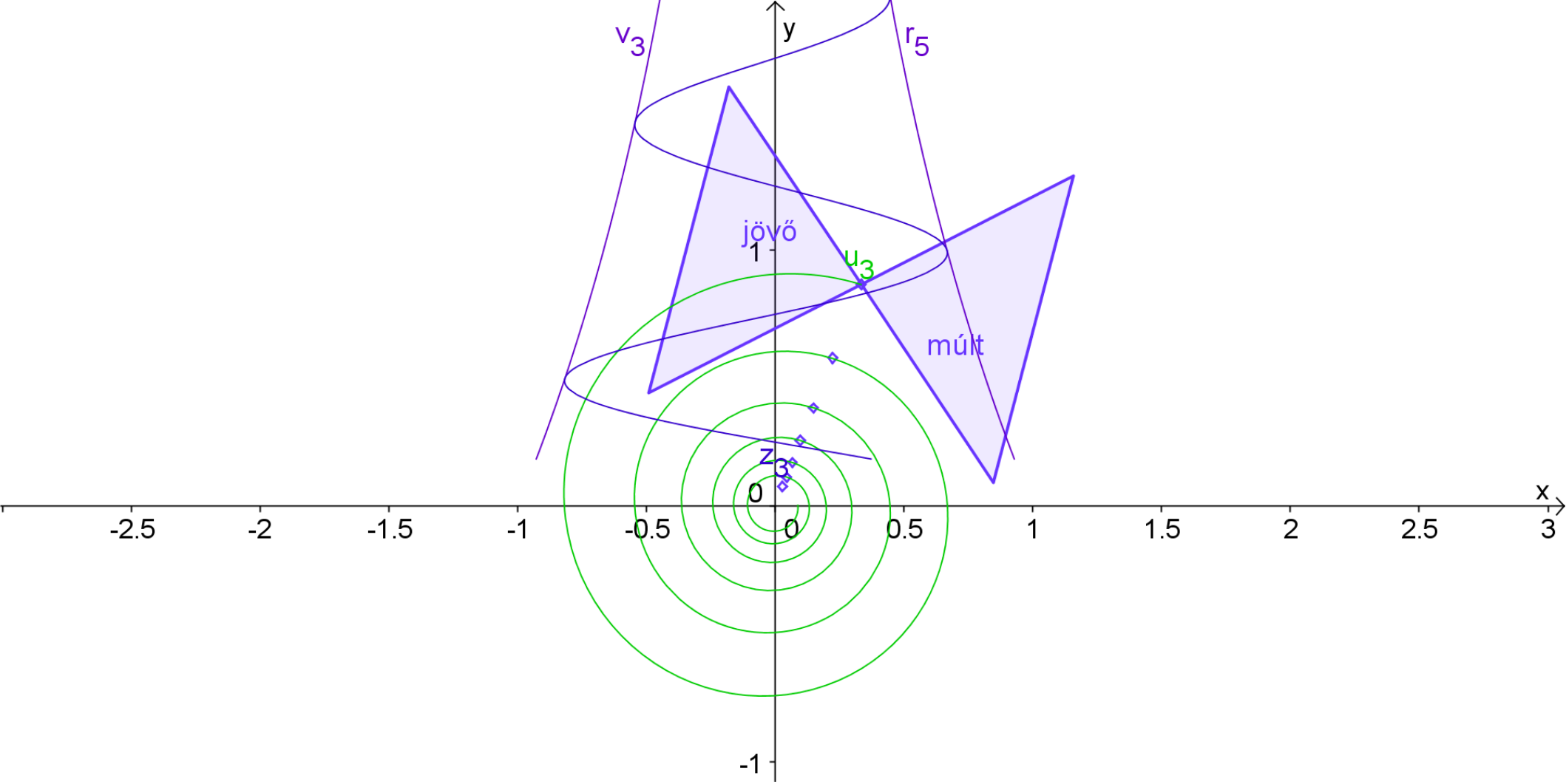
Most megmutatjuk a görbe 3D alakját. Amíg 360°-ot fordulunk 1 mélységet is megteszünk. Végtelen fordulat = végtelen mélység. Ehhez a GeoGebra5 béta változatában készült az ábra. (Az x és y 5-szörös nagyítva, így a meredekség gyors növekedése nem tűnik fel. A cél nem (0,0), hanem (0,0,-oo) pont, az (1,0,0)-ból indulva. A szabadon eső test a ((2/3)^n,0) pontokon halad át mégpedig (1,0,0)-ból nézve egyre gyorsabban, de az n értéke mindig véges marad, így sosem érünk el a szingularitásba. Itt már az 1+1+1+... vég nélküli összegről van szó, ami semmiképpen sem véges. Ami 2D-ben sima sugárirányú véges távolságnak tűnt, az valójában ∞ mélységgel társul. A képen a z tengely negatív fele mutat felfelé. A kép 3D-s szemüveggel is nézhető. Érdemes itt egy másik közismert példára gondolni. A fizikai és matematikai objektumok keverésének veszélyeként említi Dávid Gyula a végtelen mély trombitát, aminek a felülete végtelen, de a térfogata véges. Nos itt tulajdonképp egy ilyen felszínen ereszkedünk le körbe körbe egyre kisebb körök alatt 1-1 mélységet süllyedve, vagyis egyre meredekebben. (0 és oo) A 2D ábrákon a zöld szín jelenti, hogy 3D-s alakzatról van szó és ez itt már 3 térdimenzió, idő nélkül. Persze a görbe bejárása időben történik.



Ami a kvantumgravitációt illeti, azt az elmélet önmagában nem követeli meg. Tisztán az elméletnél maradva az (1,0,0) pont bárhol kijelölhető, s mivel hiperbolikus geometriában vagyunk a nyúlás sem érzékelhető, s az sem játszik, hogy darabokra esnénk, mert nem férünk már el.)



Ezen az ábrán segédgörbékkel szemléltetjük a zöld görbe térbeli voltát. A szűkülő trombita, s annak belső felszínén való egyre meredekebb haladás is ábrázolva van.
(A zöld szín a 3 térdimenzióban objektumot jelöl.)
(z továbbra is y-nal esik egybe az ábrán, de itt fordított előjellel.)

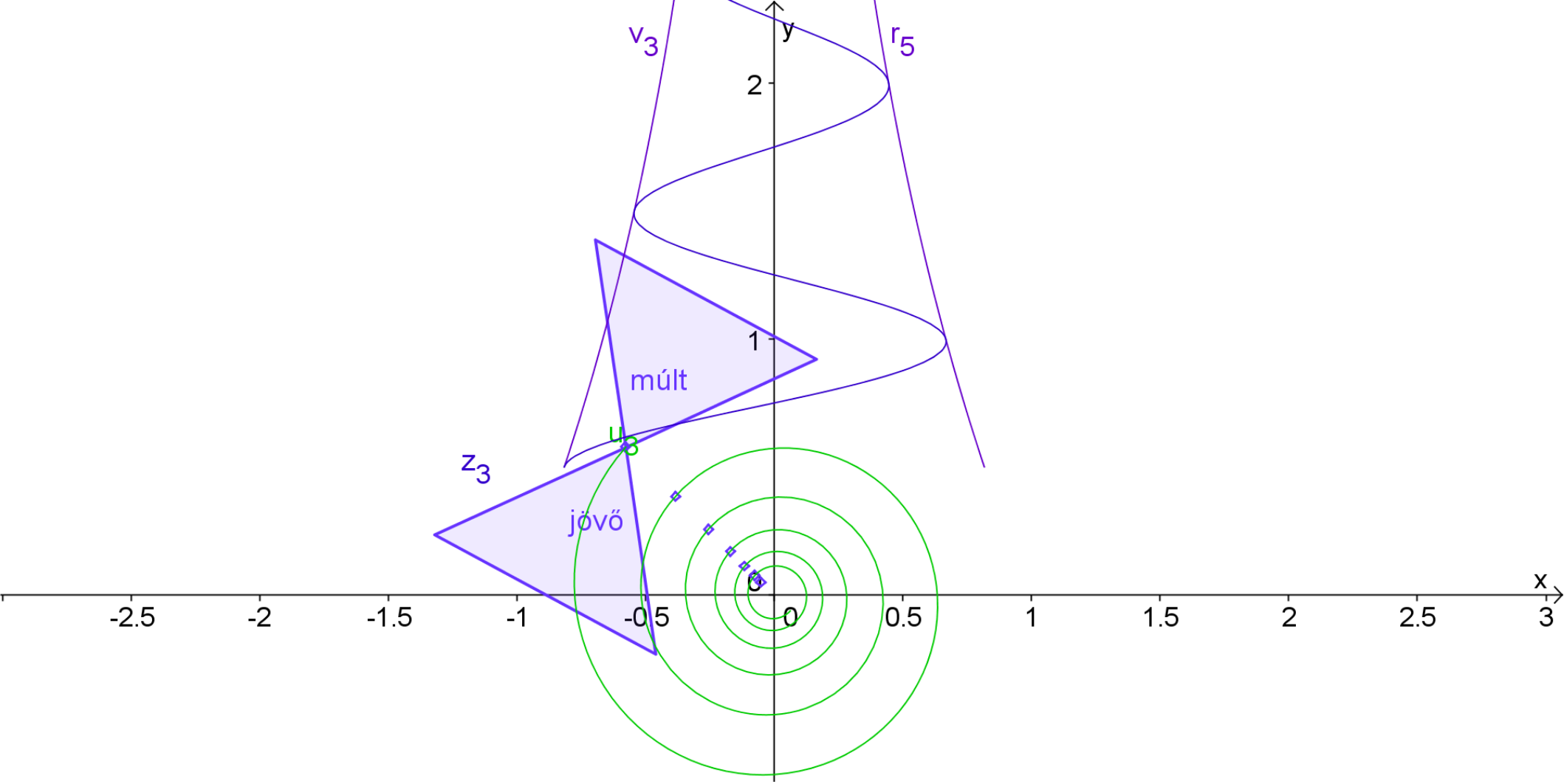


Itt a kiindulási hely fénykúpját és az onnan érvényes eseményhorizont láncolatot is ábrázoltuk, pontosabban e pontokon a maximális sebesség az előzőnél éppen 1-gyel több. Lokálisan persze mindenhol a helyi az 1.
Az üres teret szokás egy kifeszített gumilepedőhöz hasonlítani. A tárgyak ezen tömegsűrűségüktől függő bemélyedéseket alakítanak ki. A fekete lyukat úgy példázzák, hogy olyan nagy a bemélyedés, hogy a gumilepedő kilyukad.
Ám a téridő nem gumilepedő, végtelenül nyújtható, így a trombitánk nem szakad meg elméletben. Ahol szakad, ott az általános relativitásnak is vége.

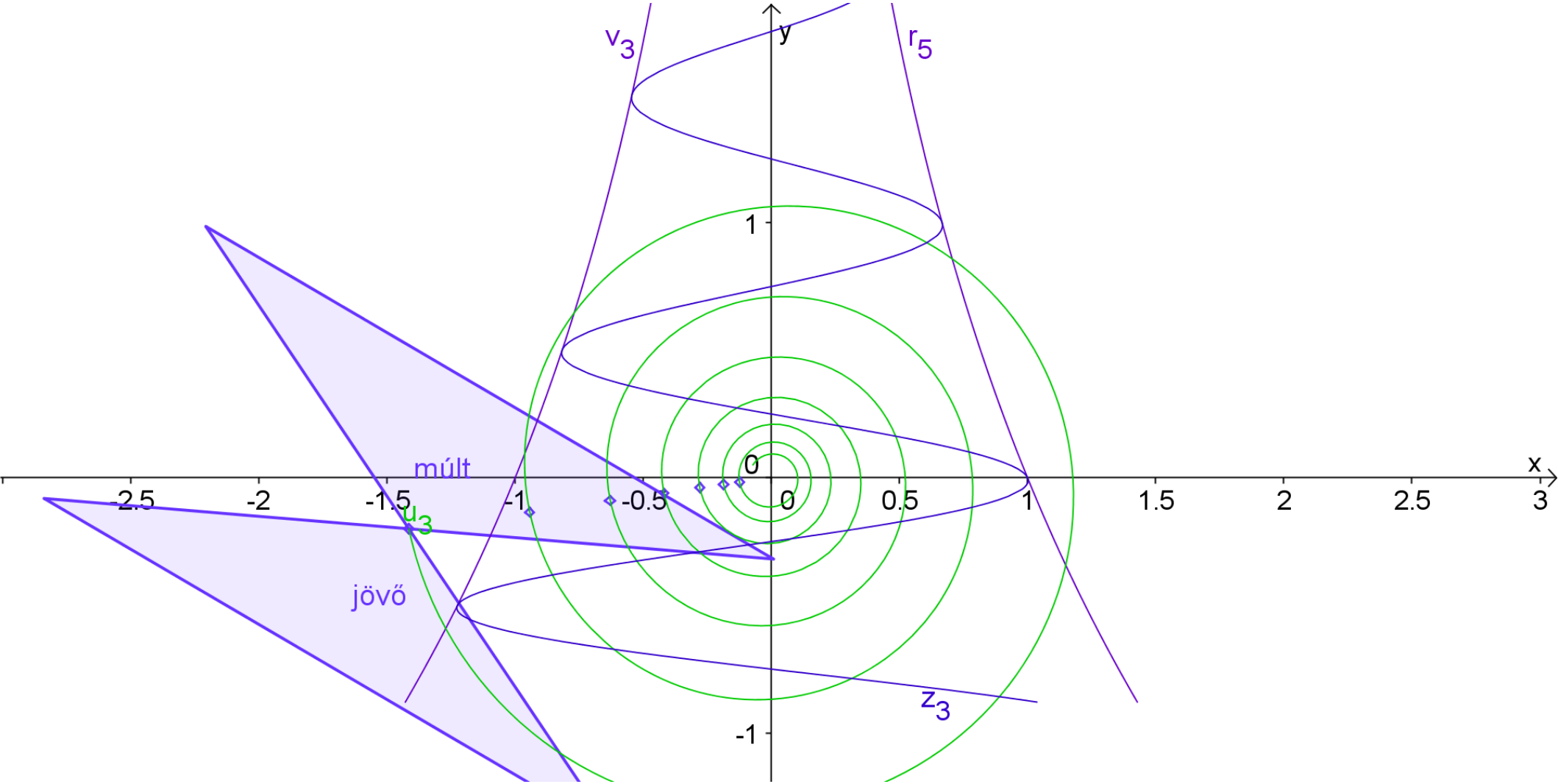
Az egész szemléltetés célja amúgy az eseményhorizont megokolása, hogy a szakadás mögül nincs visszatérés. E szerepe azonban erősen kérdőjeles. Szakadás legfeljebb ott lehetne, ahol a kvantumgravitációnak kellene a terepet átadni, de ezt az általános relativitás elméletnek kívülről kell megmondani, mert saját határait nem ismeri fel.

Schwarzschild gondolatkísérlete egyetlen nullpontba koncentrál m>0 tömeget. Ez csak az adott pontot érinti. Egy ponton pedig nem fér ki semmi legfeljebb pont. Mintha gondolatkísérleti léggömböt egyetlen nullponton szúrnánk ki, s azután meglepődnénk, hogy akármeddig figyeljük nem ereszt. Kilyukasztottuk egy kiterjedésmentes ponton, s megkérdezzük: lyukas vagy sem?

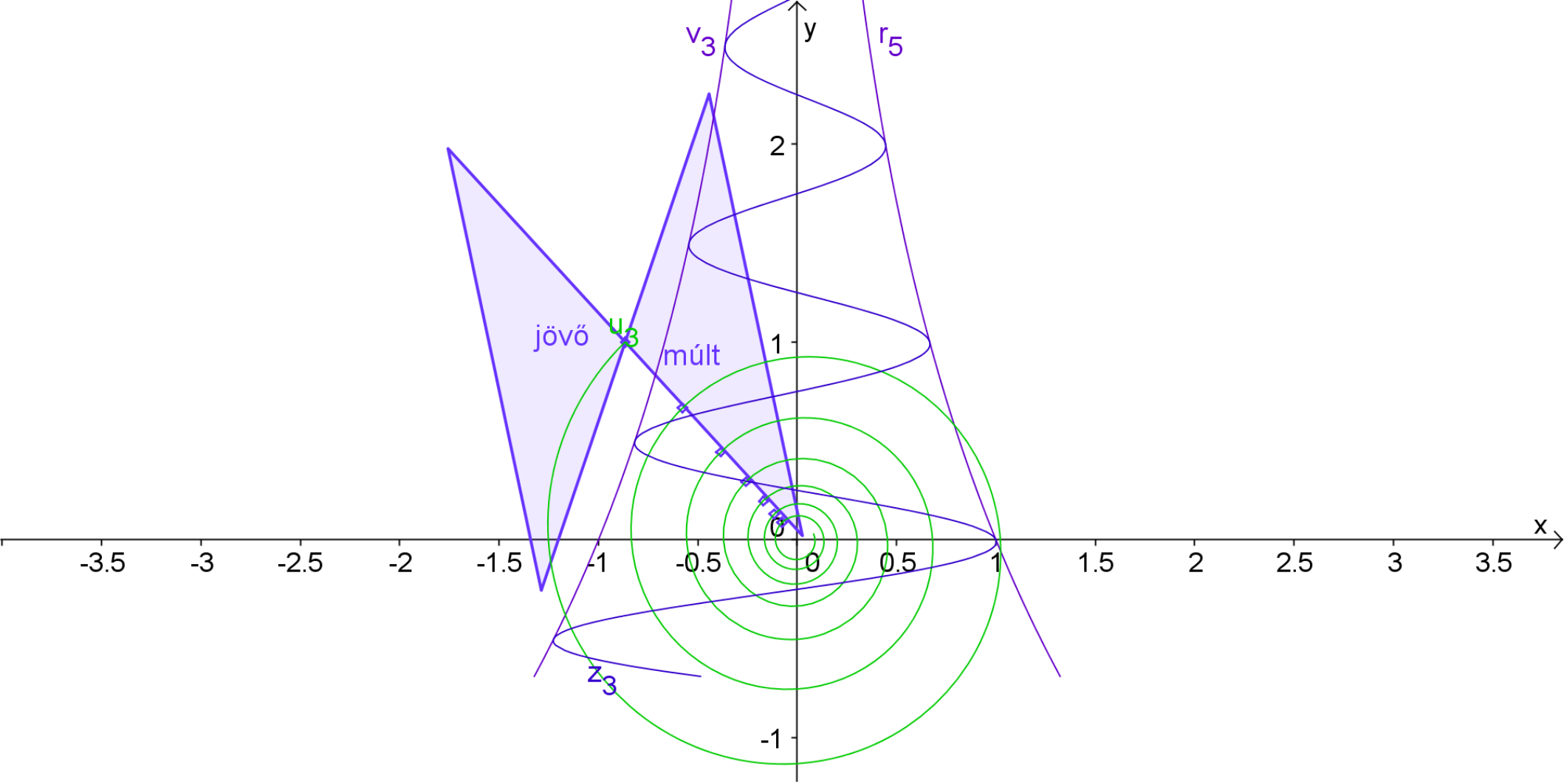
Gumilepedőnk tulajdonképpen az xy sík, a z=0 mélységgel. Egy adott x,y párra de z = -oo értékkel definiált m tömeg alapesteben egyszerűen nincs kapcsolatban a gumilepedővel. (oo és 0)
Definiálható olyan függvény, mely z tengely körül megforgatva (0,0,-oo)-be tart és folytonos (a trombita oldala). Azután mondhatjuk, hogy ez írja le az m tömeg keltette bemélyedést. Azonban ez is csak egy pontban ∞, másrészt csak a ∞-ben cseng le, így csak ott van elhanyagolhatóság, mint majd látjuk.



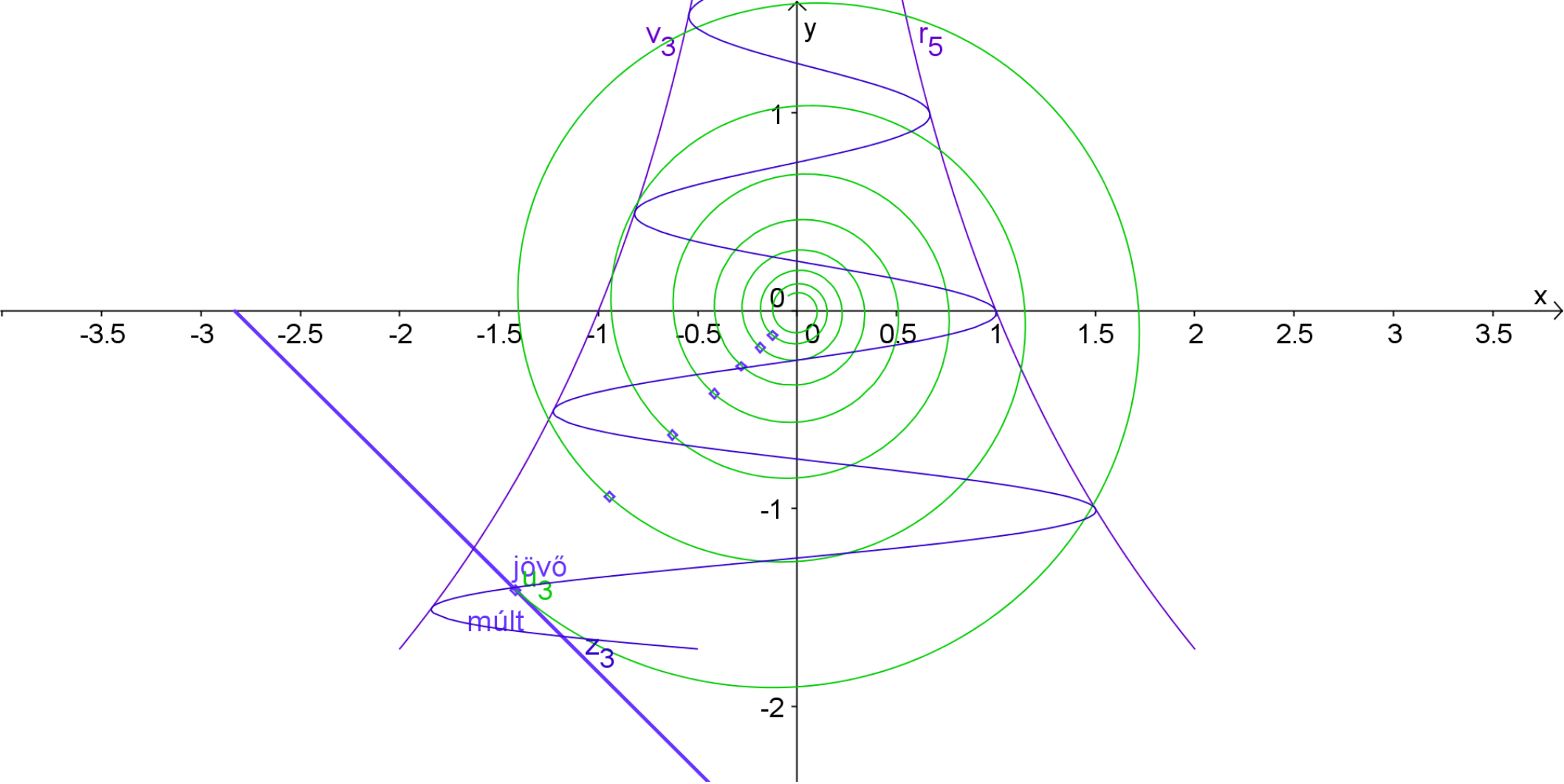
Dávid Gyula említi, hogy a leírás a ∞ távoli megfigyelőé. S valójában csak oda a ∞ távolba szabadna normál fénykúpokat tenni, hiszen egy véges távoli megfigyelő már maga is esne befelé, csak attól, hogy telik alatta az idő. Érdemes megfigyelni a trombita szárának szögét a vízszintessel. Nincs olyan távolság, ahol az m már nem hat. S látszik, hogy a trombita szára sem éppen a vízszintes,ami az elhanyagolhatóságot jelentené.



Ha a normál fénykúpok véges helyen megjelennek, akkor a trombita szára alapján negatív kitevőkre is érvényes a (2/3)^n szabály, vagyis visszafelé nézve a fénykúpok széthajolnak. Elég kipróbálni a 2 > sqrt(x^2 + y^2) > 1 eseteket.

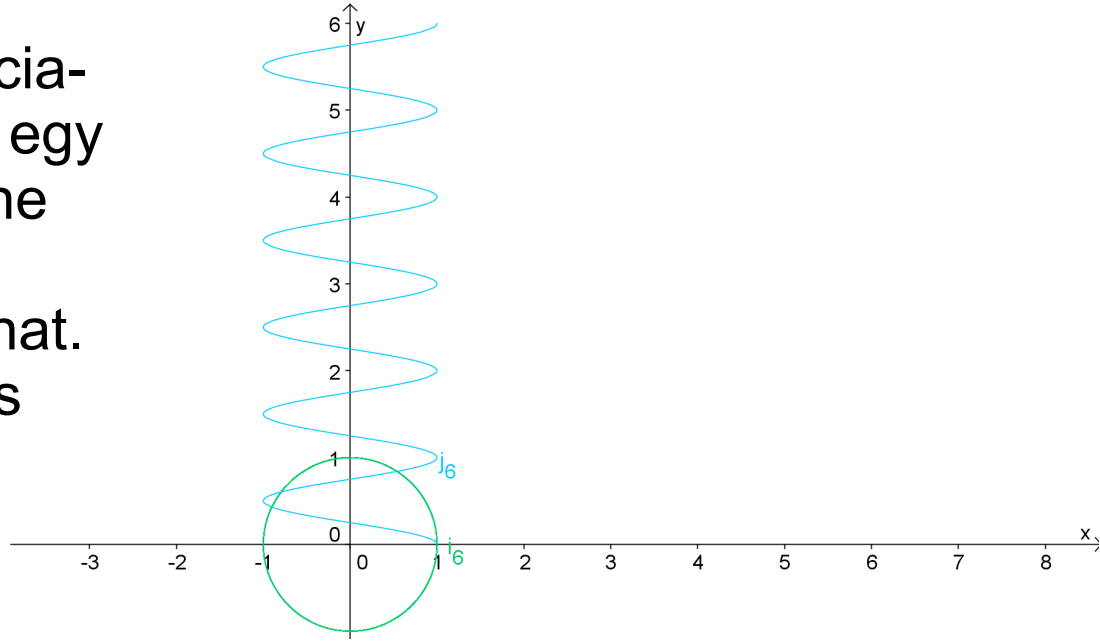


Növelve sqrt(x^2 + y^2) értékét, gyorsan nő a fénykúp nyílásszöge, hamar eléri a 180 fokot, majd meg is haladja, így az ábrák értelmetlenné válnak a 2 értéknél! Ez csak a választott térképezés korlátja, ez az ára, hogy ∞ távolságot véges helyen ábrázoljunk.
Itt a (2/3)^n szabályt terjesztettük ki negatív kitevőkre. A nyílásszög pedig ennek függvénye, így hamar átlépi a 180°-ot.

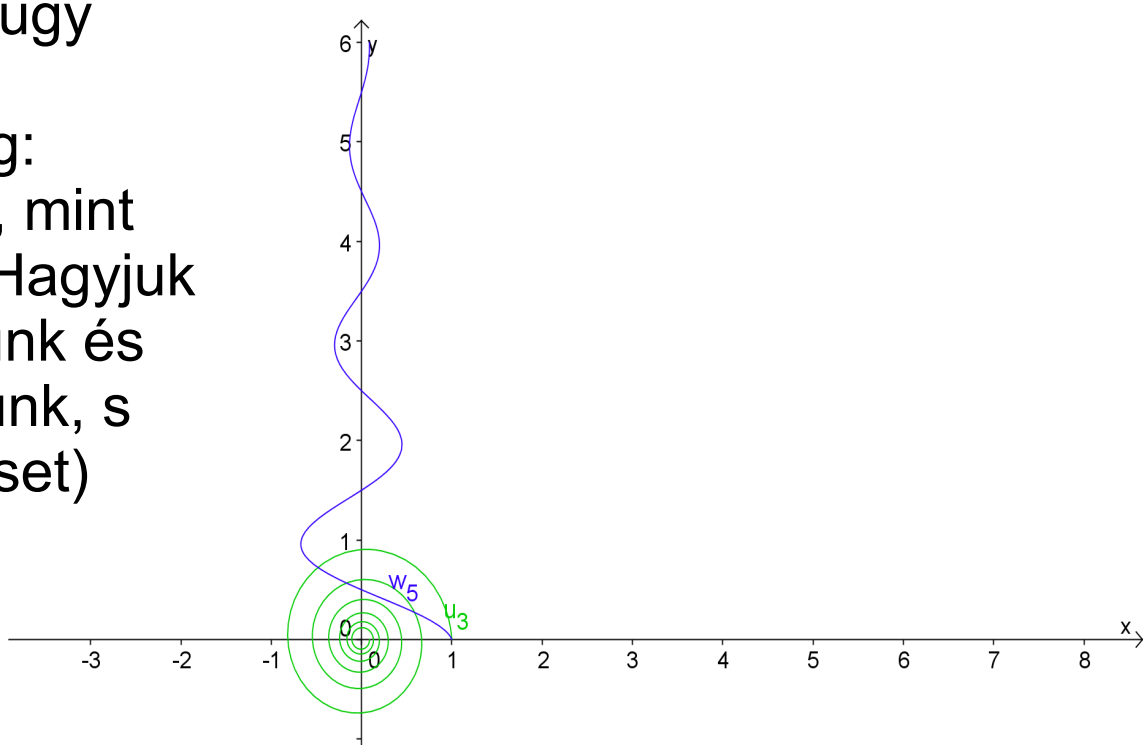


A (2/3)^n szabály a negatív kitevőkre: Legyen a Most (1,0). Ehhez a (3/2,0)-hoz 90°*3/2=135°-os nyílásszögű fénykúp jár. A ((3/2)^2,0)-ra 90°*9/4=202,5°-os járna, de olyan nincs. A (2,0) a határeset, mert ott éri el a nyílásszög a 180°-ot. (Az ábrán x= y= -sqrt(2) eset szerepel.) Az ábra csalóka, mert valójában nincs térszerű pont minden pont vagy fény vagy időszerű, csak 180°-os nyílásszög sem ábrázolható már.

Dávid Gyula beszél arról, hogy az inercia-rendszerek mérete változhat. Jelenleg egy űrállomás már elég kicsi ahhoz, hogy ne tudjunk benne egymáshoz képesti gyorsulást mérni, de ez időben változhat. Fekete lyukak közepén már Brooklyn is tágul, sőt az atommagok alkotó elemei sem elég kicsik.



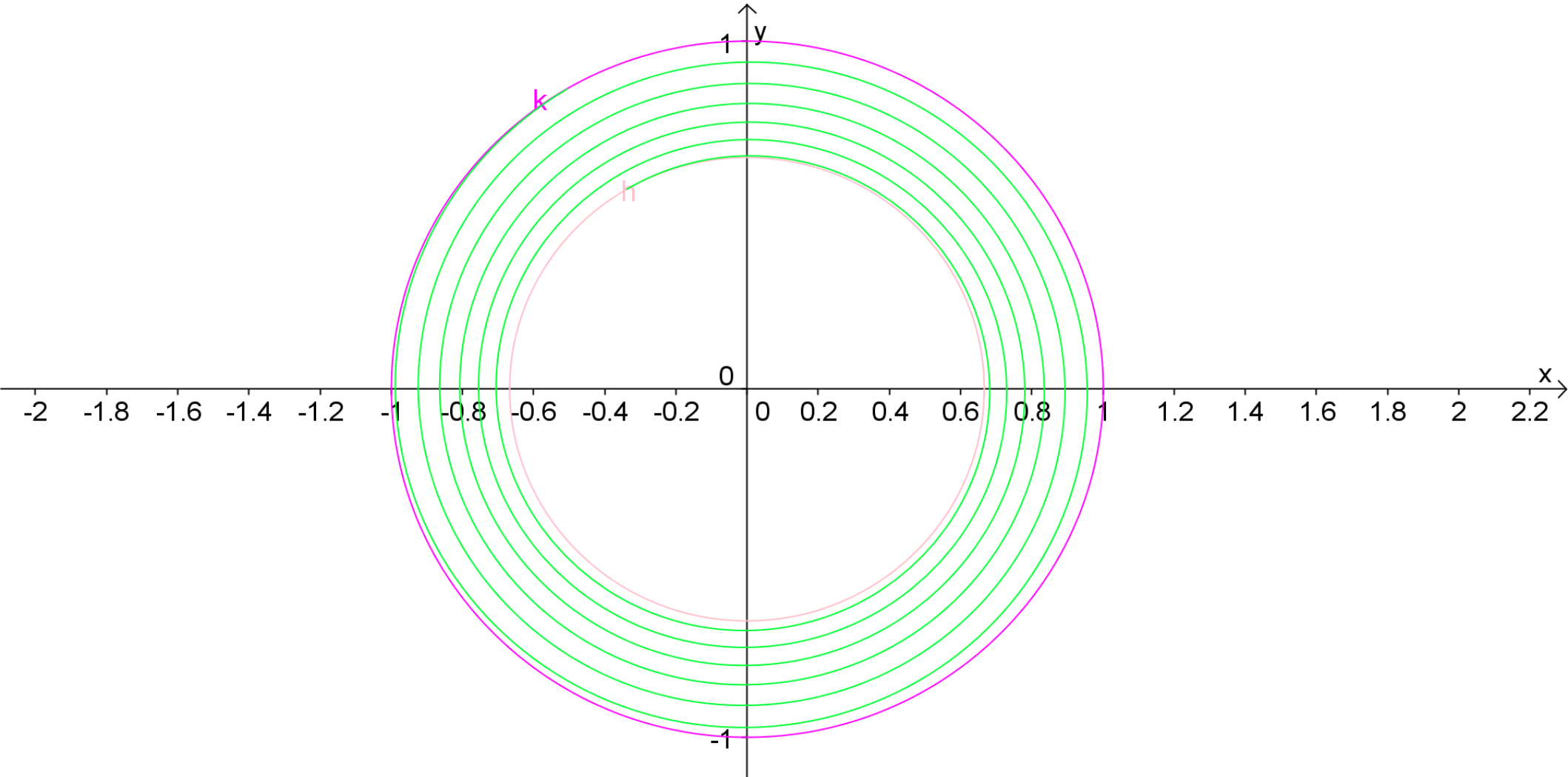
A felső kép jelenti azt, hogy a tér sík, lehet egy helyben állni. Az alsó képen a tényleges mozgás látszik, mivel valójában sehol sem lehet állni. Az alsó görbe úgy halad, hogy egyetlen pontjában sem változik, ami ismert fraktáltulajdonság: minden pontjában ugyanaz az érintő, mint egy ott álló objektum érintője lenne. Hagyjuk magunk alatt telni az időt, s csak esünk és csak esünk vég nélkül. Szét sem esünk, s térképünk is állandó. (Hiperbolikus eset)



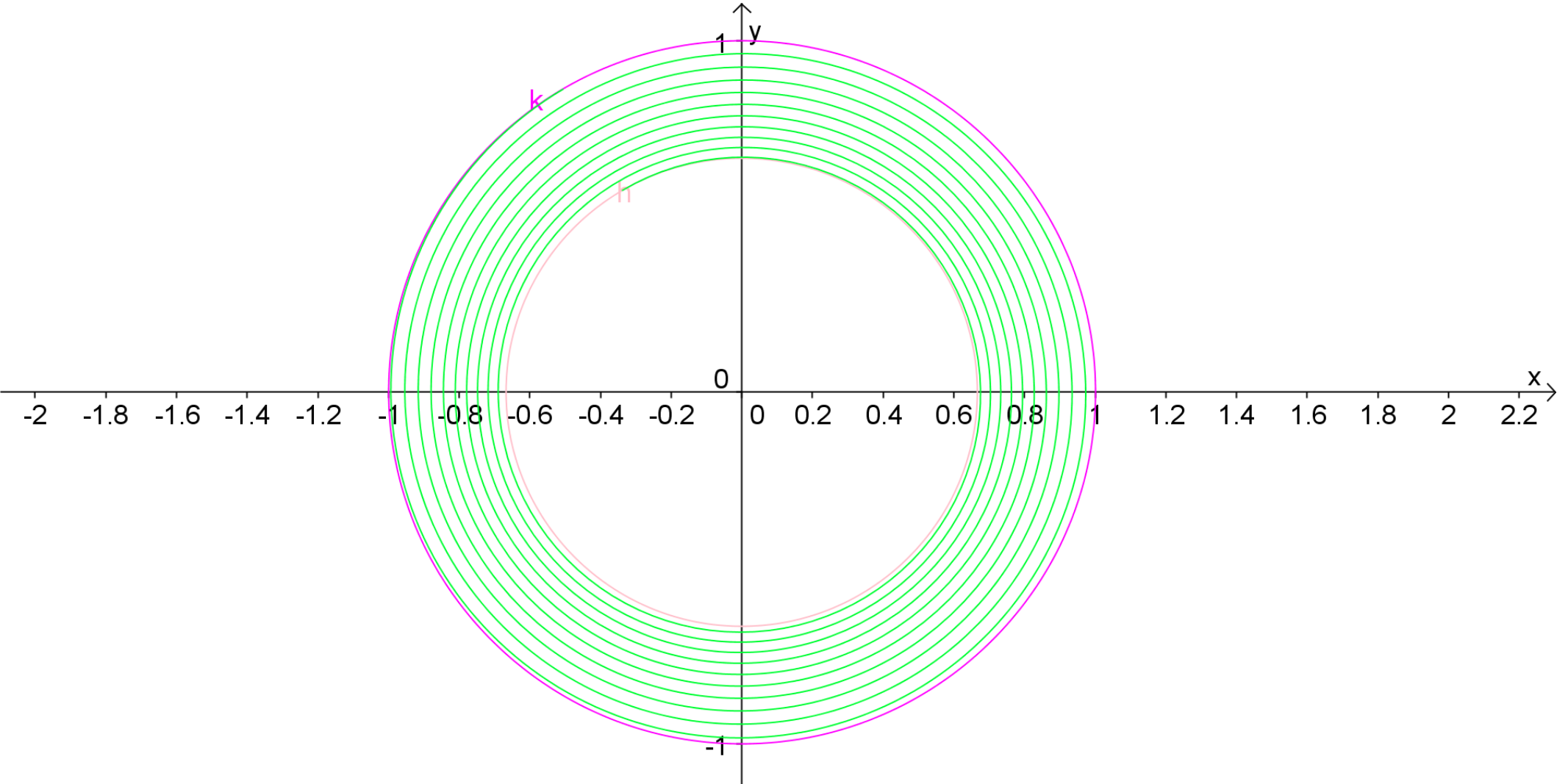
Tegyük fel, hogy állunk a speciális relativitáselmélet terében, s egy űrhajó mozog egyenletes sebességgel hozzánk képest, s egyenlő időközönként állandó frekvenciájú fotonokat küld felénk. Ha tőlünk távolodik, akkor egyre ritkábban kapjuk a jeleket, s vörös eltolódást észlelünk. Ha közeledik, akkor a jelek sűrűsödnek, s kék eltolódást érzékelünk. Ez a Doppler-effektus legegyszerűbb esete. Az uralkodó felfogás szerint ez a helyzet a (0,0) ponttól legalább 1 távolságra. Azonban, amikor itt belép valami, akkor már nem képes fix frekvenciájú jeleket küldeni, hanem egyre gyengébbeket, s a megengedett frekvencia 0-hoz tart, s azt éppen az eseményhorizontnál éri el. Ez megint a kiszúrtam a léggömböt, de csak egy kiterjedés nélküli pontban esete. Küldtem jelet, de 0 frekvenciával, azaz energiával, tehát nem is küldtem.
A legalább 1 távolságra levő megfigyelőhöz az egyre gyengébb jelek ráadásul egyre ritkábban érkeznek meg, olyannyira, hogy az idejének végtelenben vett határesetében éri el a 0 frekvenciájú jelet, vagyis elvben sem „láthatja”, hogy a megfigyelt űrhajó átlépné vagy akár elérné az eseményhorizontot. (0 és oo)

Itt megint keveredik a ∞ távoli megfigyelő és a véges (1,0) pontbeli megfigyelő, ami azzal van áthidalva, hogy (1,0) pontban már normál fénykúp van holott az csak (oo,0) pontban lehetne. Persze oda meg semmilyen jel nem érkezne meg. Ettől még a kérdést kicsit megvizsgáljuk, hátha valahol eltévedtünk. Mint fentebb már tárgyaltuk ez a hiperbolikus geometriával áthidalható.

Egy térbeli görbével ábrázoljuk a távoli megfigyelő élményét. Az űrhajót egyre közelebb látja az eseményhorizonthoz, de a közeledést lassulónak véli. Ezt azzal fejeztük ki, hogy a spirális meredeksége folyamatosan csökken, s csak a ∞-ben érne el az eseményhorizonthoz. Az ábra persze csal, mert véges fordulatot mutat. Valójában minden egyes kerülés az előző 2/3-ánál halad az eseményhorizonthoz képest így valójában sosem éri el azt. Ha figyelembe vesszük a mélységet is, akkor sima Doppler-effektussal számolhatunk. A beeső tőlünk távolodva mindig küldheti a jelet, mert ugyanaz a térkép mindenütt.



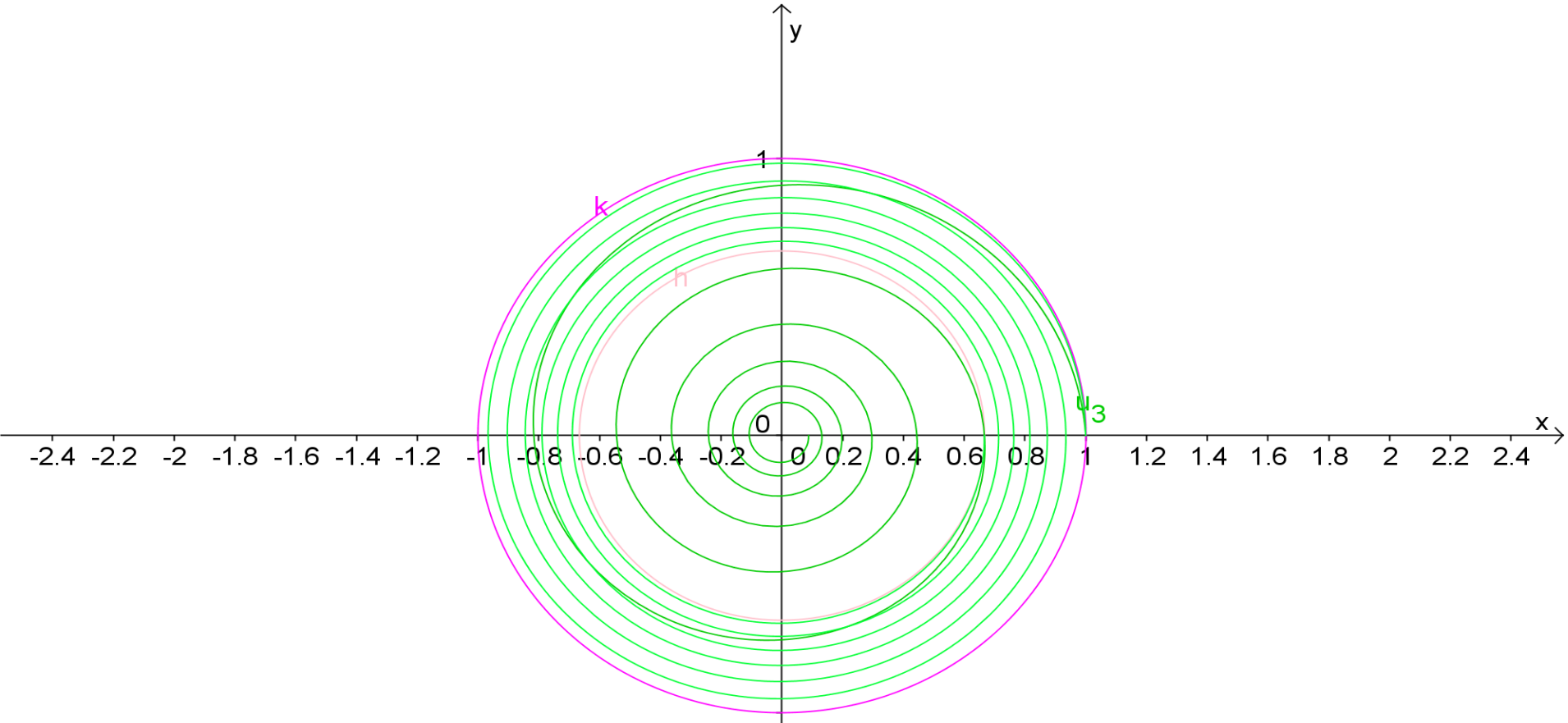
Mivel a helyi maximális sebesség mindenütt azonos, így a kibocsátott jelek frekvenciája állandó, a kapotté csak attól függ, milyen mélyen van a küldő, azaz milyen messze és mekkora a sebessége, vagyis hogy mennyire ritkulnak az egymásutáni jelek. Egyszerű Doppler-effektus.



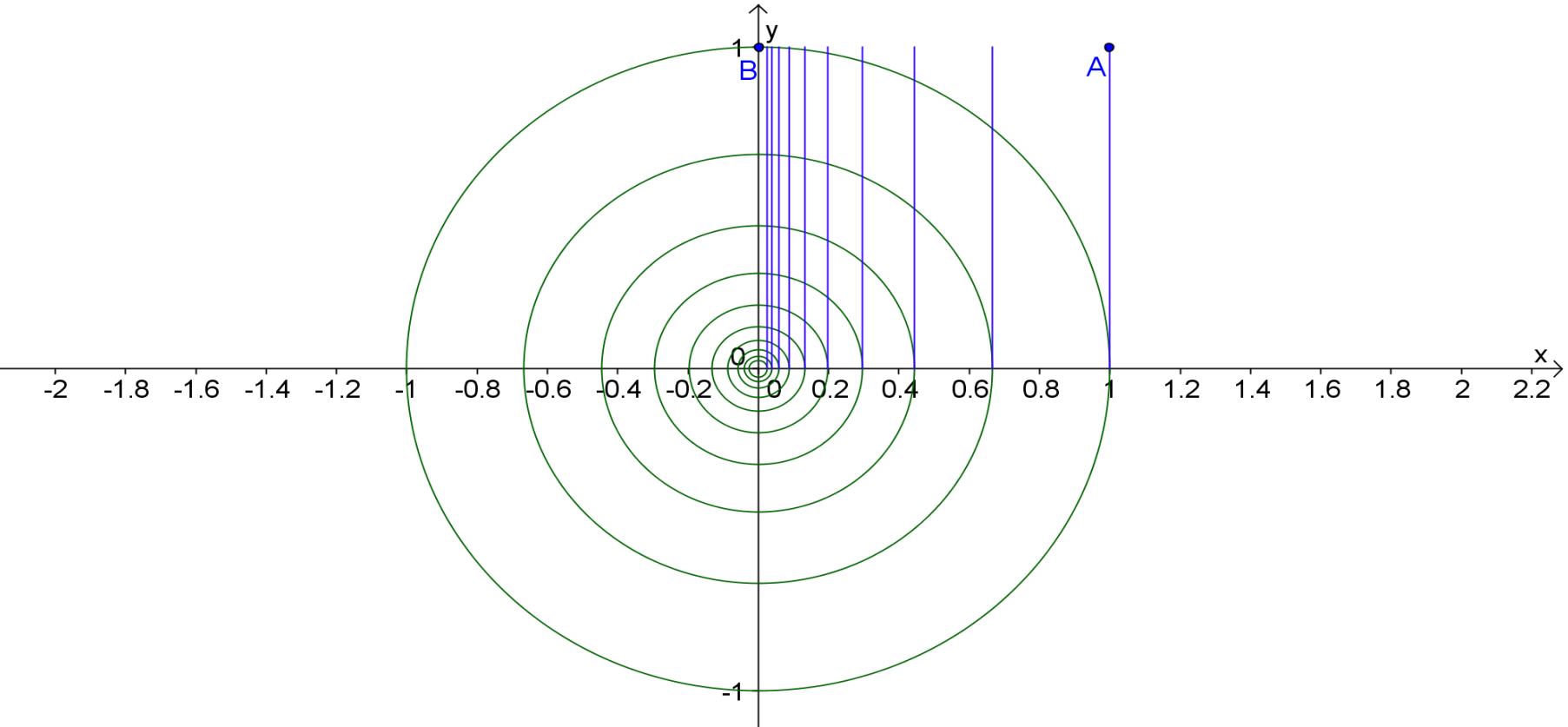
Érdemes a beesés görbéjét és a távoli megfigyelő görbéjét egybevetni. Egy-egy kerülést megfeleltetve egymásnak kiderül a távoli megfigyelő által kapott vörös-eltolódás pontos oka, s belőle kiszámolhatja a mélységet. Az egész esemény-horizonthoz tartás oka a mélység figyelmen kívül hagyása lehetett.

Az uralkodó állítás az, hogy itt a végtelen térgörbítés miatt a két eset között végtelen eltérés lép fel. A beeső űrhajó véges időben a szingularitásban végzi, de ezt a távoli megfigyelő végtelen időben észlelné csak, vagyis nem észlelheti. Láttuk, hogy a beesés nem véges idő, mivel nem (0,0,0) hanem (0,0,-oo) a szingularitás helye.

A véges vég nélkül folytatódik, így sosem válik ∞-né.



Milyen feltételek esetén nem lehet összevetni két „távoli” pont adatát az általános relativitáselméletben? Állítás: Szinguláris pont kell hozzá.
1. legyen a cél a (0,0,1) „hegycsúcs”, és legyen az ettől eltérő kiindulási hely (1,0,1) „csúcs”. A cél a két pont összekötése. Akadály: (2/3)^n távolságra minden n-re egy-egy 1 magasságú „körhegy” körülvéve a célt, amihez egy-egy majdnem függőleges fal vezet fel, és a túloldalt le. Magyarán a célig ∞ hegyet kell megmászni és leereszkedni róla ami lehetetlen. Itt az inerciarendszerek megvannak, kivéve a (0,0,1)-et. (0 és oo) A hegycsúcsok lokális minimumhelyek A 0 felé haladva egyre meredekebb hegyekkel, egyre nagyobb gradiensekkel. (Schwazschild megoldásában egyre meredekebb a „trombita” belső fala ami minden irányból a (0,0,-∞) szinguláris pontba tart, ahol nincs inerciarendszer.)



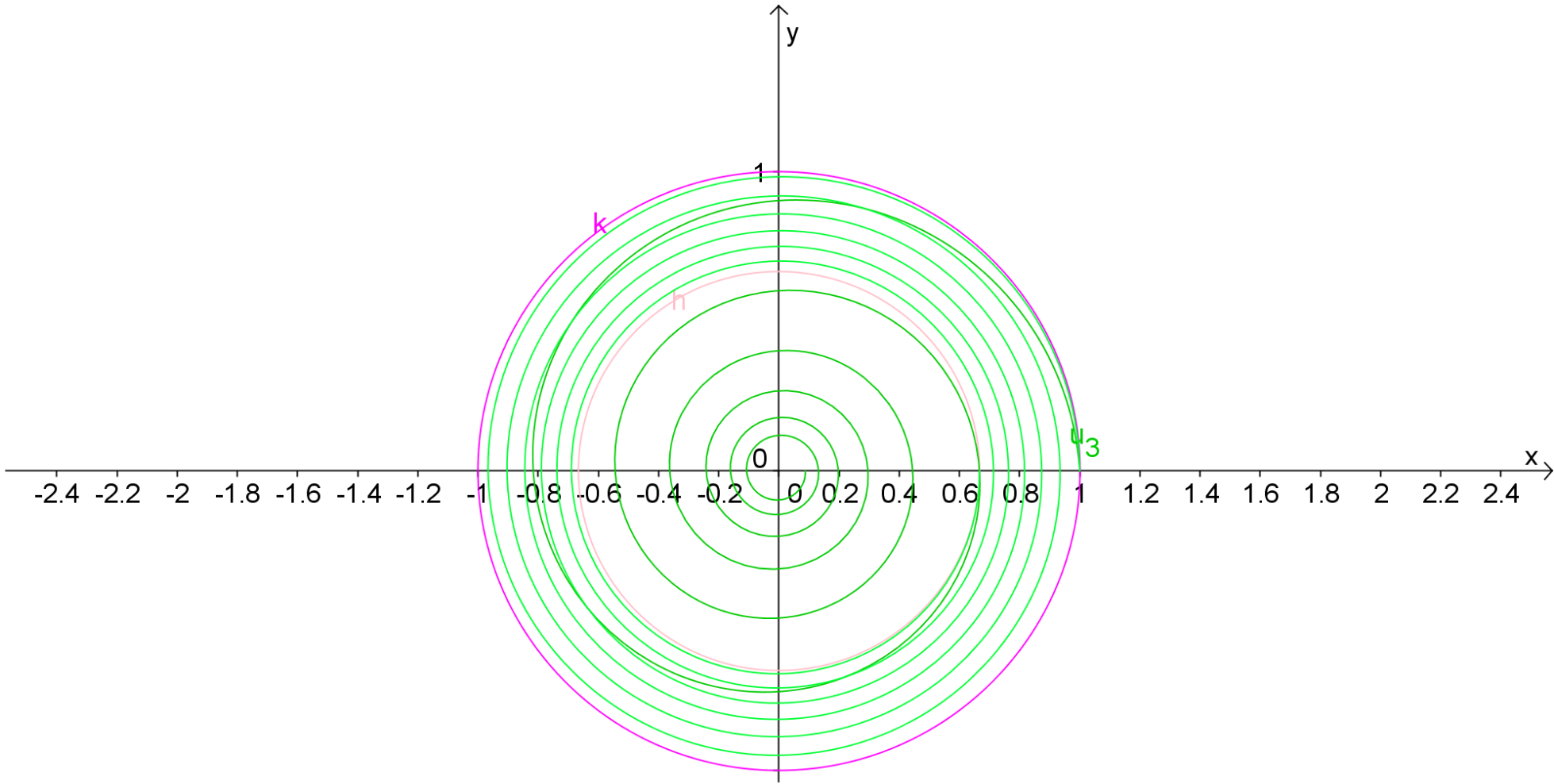
2. Kiindulás (1,0,1) de most „lépni” sem lehet, mert tetszőleges irányban tetszőlegesen közel van egy 1 magas „hegy”. Itt már sehol sincs inerciarendszer. Ha ugyanis lenne, akkor lenne megtehető távolság. A ∞ és 0 nélkül nincs példa. Az általános relativitáselméletben minden (null)pontban külön adható meg metrika. A 2. eset éppen egy ilyet mutatott be. Következménye, hogy benne a relativitáselmélet sehol sem érvényes, mivel sehol sincs inerciarendszer.

Az 1. esetben (amihez Schwarzschild megoldása is tartozik) meg egy mozgó nullpont bármely két pont között áttolható, kivéve a szinguláris pontot, ahol azonban szintén nem érvényes Einstein elmélete.

Ha se A (start), se B (cél) nem szinguláris, akkor vegyük a világnak egy véges részét, amiben benne vannak. Válasszunk egységpontot, vagyis akkora helyet, amit bárhol kijelölve inerciarendszert alkot. (Igényeinktől függ, de mindig lesz ilyen. Epszilon-deltás játék.) A metrika és a maximális sebesség is csak egységpontról egységpontra változhat. Az egymást átfedő egységpontok sorozatával pont úgy juthatunk A-ból B-be, mint a földi A és B pont között egymást átfedő térképek segítségével.

Az egymást átfedő egységpontok egyben egymást átfedő inerciarendszer is, melyek azonban egymást már nem feltétlen látják inerciarendszernek. Viszont az átmenetnek folyamatosnak kell lennie, mind a metrikát mind a maximális sebességet tekintve.

Kérdezhető: egységpont és folytonosság? Az egységpont bárhova letehető, vagyis ezek összessége folytonos lefedést ad.

A tanár úr arra a kérdésre, hogy van-e bizonyíték fekete lyukak létére elmondta, hogy ha a mérések helyesek, akkor vannak olyan objektumok melyek tömegsűrűsége nagyobb a neutron csillagokra ismert elméleti határnál, s ma nem ismerünk olyan folyamatot, mely fékezhetné az összeomlását fekete lyukká. Ismerünk: a ∞ mélység elérése maga a ∞ folyamat.

Most. Itt. Vége.